Könyvtára

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

РАДИОТЕХНИКА
И
ЭЛЕКТРОНИКА

Том VI

6

1961

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

Главный редактор В. А. КОТЕЛЬНИКОВ

Заместители гл. редактора: Д. В. ЗЕРНОВ, Ю. Б. КОБЗАРЕВ

Редакционная коллегия:

А. И. БЕРГ, Б. А. ВВЕДЕНСКИЙ, И. С. ГОНОРОВСКИЙ, В. Л. ГРАНОВСКИЙ, Л. А. ЖЕКУЛИН, Н. Д. ДЕВЯТКОВ, Л. Н. ДОБРЕЦОВ, А. Н. КАЗАНЦЕВ, С. Г. КАЛАШНИКОВ, П. Л. КАПИЦА, В. В. МИГУЛИН, А. Л. МИКАЭЛЯН, А. А. ПИСТОЛЬКОРС, А. М. ПРОХОРОВ, С. М. РЫТОВ, В. И. СИФОРОВ, Я. Н. ФЕЛЬД, С. Э. ХАЙКИН, Б. М. ЦАРЕВ

Ученый секретарь Г. А. БЕРНАШЕВСКИЙ

MTA. Számtechn. Könyvtára
Leltározva
1962 év 482 sz.

РАДИОТЕХНИКА
И
ЭЛЕКТРОНИКА

Том VI ИЮНЬ, 1961 Вып. 6

MTA Számítástechnikai Könyvtára

СОДЕРЖАНИЕ

рманд Н. А., Введенский Б. А., Калинин А. И., Колосов М. А., Соколов А. В., Шабельников А. В., Ширей Р. А. Дальнее тропосферное распространение ультракоротких радиоволн (обзор) 867
аскинд М. Д. Распространение электромагнитных волн над гиротропной средой 886
руевич А. Н. Асинхронные колебания в автогенераторе с двумя степенями свободы в перенапряженном режиме 895
инбер Б. Е. Развязки между близко расположенными зеркальными антеннами 907
охлов Р. В. К теории ударных радиоволн в нелинейных линиях 917
ененсон Л. С. Наведенные сопротивления вибратора в волноводе 926
асаткин Л. В. Измерение радиальных проводимостей аксиально-симметричных систем с индуктивными стенками 934
арменков О. А., Корнилов С. А., Ломакин Г. В. Теоретическое и экспериментальное исследования делительных клистронов с предварительной группировкой 943
анавец В. И. Гармоники в потоке электронов на выходе лампы бегущей волны 954
Игрицкий А. Л. Фокусировка электронного пучка в лампе бегущей волны периодическим электростатическим полем 964
Захрах Л. Э., Жарков Ю. Д. Геометрические параметры электронных пучков при ионной фокусировке 976
Гуревич С. Б. К вопросу об изменении отношения сигнал/ шум телевизионной системы, вносимом передающими трубками 982
Брейтман В. М., Кузнецов В. С. Математическая формулировка задач корпускулярной оптики с учетом пространственного заряда 993
Швейкин В. И. Импульсный метод определения параметров дрейфовых триодов 999
Горн Л. С., Хазанов Б. И. О преобразовании импульса тока фотоэлектронного умножителя в импульс напряжения эмиттерным повторителем 1010
Мельников Б. С. Электронная регулировка длительности импульса в L-генераторе на плоскостном полупроводниковом триоде 1015
Басов Н. Г., Страховский Г. М., Черемискин И. В. Исследование зависимости частоты молекулярных генераторов от различных параметров. Ч. II. Линия $J=3$, $K=3$ 1020

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Карлов Н. В. К вопросу об исследовании замедляющих систем 1029

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

Малышев В. А. По поводу статьи «К теории магнетронного генератора» . . 1030

ХРОНИКА

Вихляева Р. П., Горьков В. А., Ждан А. Г. Междуведомственный семинар по катодной электронике (18-е заседание) 1031

Адрес редакции: Москва, К-9, Моховая, 11, Институт радиотехники и электроники
АН СССР, редакция журнала «Радиотехника и электроника»

Технический редактор *Т. А. Аверкиева*

Т-06835 Подписано к печати 1/VI 1961 г. Тираж 6015 экз. Зак. 1712
Формат бумаги 70×108¹/₁₆. Печ. л. 14,38 Бум. л. 5,25 Уч.-изд. листов 15,3

2- я типография Издательства Академии наук СССР. Москва, Шубинский пер., 10

1961 № 6

ДАЛЬНЕЕ ТРОПОСФЕРНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ УЛЬТРАКОРОТКИХ РАДИОВОЛН (ОБЗОР)

Н. А. Арманд, Б. А. Введенский, А. И. Калинин, М. А. Колосов, А. В. Соколов, А. В. Шабельников, Р. А. Ширей

Дан анализ экспериментальных и теоретических работ по дальнему тропосферному распространению УКВ.

Рассмотрены зависимости напряженности поля от расстояния, длины волны и времени. Проанализированы потери усиления антенн, искажения сигнала и полоса передаваемых частот.

Обсуждены различные теории, описывающие механизм дальнего тропосферного распространения радиоволн. На основании сравнения с экспериментальными данными показано, что ни одна из существующих теорий не может полностью объяснить все имеющиеся экспериментальные результаты.

I. ОБЗОР ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РАБОТ*

ВВЕДЕНИЕ

Большое число фундаментальных экспериментальных исследований льнего тропосферного распространения ультракоротких волн, произвенных в разных странах, значительно расширили и углубили наши предавления о характерных чертах этого явления.

Накопленный значительный экспериментальный материал привел к ключению о возможности ведения в диапазоне УКВ качественных редач различной информации (телефонные разговоры, вещание и едичные опыты по передаче телевидения) по радиорелейным линиям с зносом промежуточных пунктов на расстояния до 600 *км*, которые для опосферных линий связи не являются пределом. Работы по практичеому применению дальнего тропосферного распространения ведутся многих странах.

В работе [1] описаны результаты опыта по приему и передаче сиглов за счет дальнего распространения на расстояния более 1300 *км*. опыте применялись передатчики на волне 75 *см* мощностью 50 *квт*, вствительные узкополосные приемники и параболические антенны аметром 18 *м*. По данным работы [23] очень слабые сигналы были обружены на волне 1,4 *м* на расстоянии до 1600 *км*.

Такие успехи стали возможными благодаря усовершенствованию риемо-передающей аппаратуры, антенн, применению вспомогательных риборов, значительно облегчающих анализ экспериментальных данных, также статистическому подходу при анализе и изучении экспериментальх данных. Развитие связи, вещания и телевидения требует дальнейих исследований по изучению зависимости поля от расстояния D, харктеристик антенн, параметров трасс, метеорологических условий и иматических особенностей. Это важно и для установления истинной зической природы явления и отчетливой оценки роли механизмов

* Основное содержание статьи представляет собой доклад, направленный в Соский Национальный Комитет Международного Научного Союза в мае 1960 г. Докд был представлен на XIII Генеральную Ассамблею Международного Научного юза, состоявшуюся в сентябре 1960 г. в Лондоне.

рассеяния, отражения и дифракции. Значительное внимание должно уде ляться практически важному исследованию ширины полосы передавае мых частот на различных расстояниях и изучению возможных искаже ний информации, стабильности фазы и др.

Так как эти вопросы суммарно рассматривались во многих работах [1 — 13, 37, 42, 43], мы сочли возможным сконцентрировать внимание на нелегкой задаче сравнения и анализа существующих мате риалов измерений, которые систематизированы не полностью и отчасти противоречивы; истолкование этих материалов иногда отличается не которой предвзятостью, усугубляемой ограниченностью сведений о стро ении тропосферы.

1. ЗАВИСИМОСТЬ ПОЛЯ ОТ РАССТОЯНИЯ

Принимаемая мощность P_r в общем случае является результатом переизлучения электромагнитной энергии различными неоднородностя ми тропосферы. Эта мощность вследствие изменений неоднородностей тропосферы является случайной функцией времени. Поэтому зависи мость $P_r(D)$ может более или менее четко проявляться только в сред нем за достаточно длительные интервалы времени.

Сравнение зависимостей $P_r(D)$, полученных либо в отличающих ся друг от друга климатических условиях, либо для разных времен года затруднительно, особенно из-за различия параметров трасс, их подсти лающей поверхности, высот антенн, рельефа местности, а также из-з различия общей длительности измерений.

Из-за наличия многих факторов, влияющих на дальнее распростра нение, даже высказывается мнение [57] о невозможности точного пред сказания ослабления на конкретных трассах без достаточно продолжи тельных измерений на этих же трассах.

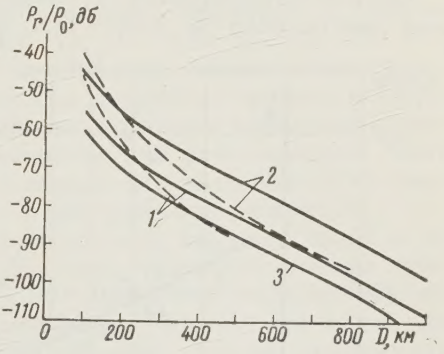
Стремясь получить некоторую общую картину явления в диапазон $\lambda = 3$—300 *см*, мы провели анализ длительных измерений величин P_r/P_0 (P_0 — величина мощности в свободном пространстве) за после ние 4—5 лет. Эти измерения проводились большей частью на фиксир ванных расстояниях, вблизи земной поверхности и (в меньшем объеме при помощи аппаратуры, установленной на самолетах, кораблях, авто машинах.

В работах [15, 16, 17, 21, 23], подобно результатам Мегоу [53], об наружены локальные максимумы P_r/P_0, в отдельных случаях носивши явный интерференционный характер; эти результаты рассматриваются как доказательство наличия отражения радиоволн в слоистой атмосфер

В ряде измерений $P_r(D)$ проводились опытная проверка различны теорий распространения [15, 14] и сравнение данных для различны климатических условий. Обнаружено, например [16], что при совпад нии расчета рассеянной мощности с опытом при $\lambda = 9$ *см* средний ур вень P_r/P_0 при $\lambda = 3$ *см* на 15 *дб* ниже расчетного. Далее при сравнени значений P_r, полученных в Англии на частотах 3480 и 858 *Мгц* [19, 33], кривой прогнозирования Нортона и др. [31], характерной для услови США и построенной на основе обширного экспериментального материал P_r, определяемые этой кривой, находятся в близком соответствии тол ко для 3480 *Мгц* и проходят ниже для 858 *Мгц*. В этом, по-видимом нельзя не видеть влияния климатических условий, на что имеются ук зания, например, также в [13], позволяющие утверждать, что результ ты, полученные в Англии, нельзя безоговорочно распространять и другие климатические районы. Это обстоятельство не нашло надл жащего отражения в номограммах [35], потому что они получен путем простого усреднения измерений, относящихся к различным λ разным климатическим районам. Взаимное несовпадение данных о зав

имости P_r (D) видно также (рис. 1) при сравнении данных Булингтона 36] и Нортона и др. [54].

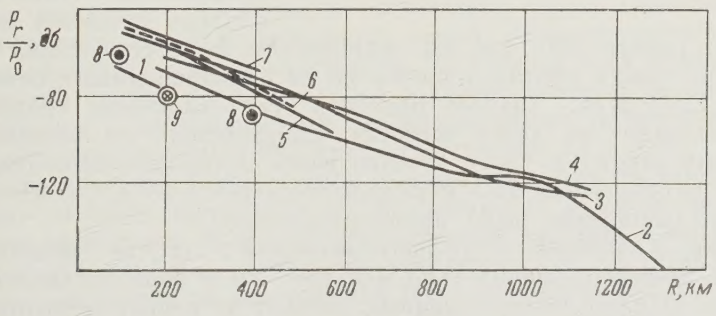
Для выяснения влияния длины волны и климатических условий на ависимость $P_r(D)$ результаты работ [1, 5, 10, 16, 17, 21, 23, 24, 25, 26, 3, 29, 33, 42, 118] были нами тщательно рассортированы по λ и проана-



ис. 1. Сравнение зависимости поля от асстояния по экспериментальным данным ортона (сплошные линии) и Булингтона (пунктир):

1 — $\lambda = 30$ *см*; *2* — $\lambda = 3$ *м*; *3* — $\lambda = 10$ *см*

изированы (рис. 2). Несмотря на значительный разброс точек, вызванный е только случайными неточностями измерений, но и различием в продол-ительности и сезонном (или суточном) времени измерений, видно, на-ример, что значения для Англии (морской климат) несколько выше, ем для США.



а

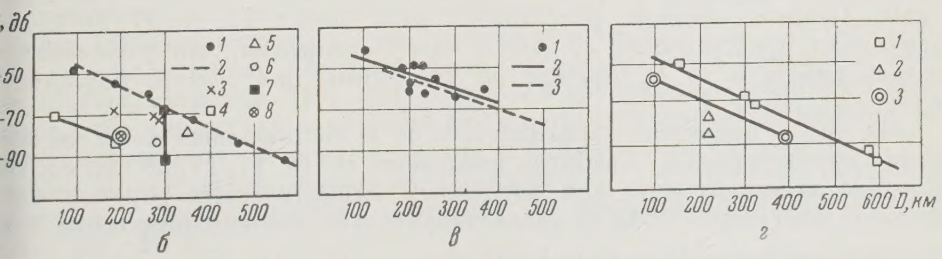


Рис. 2. Зависимость поля от расстояния по данным различных экспериментальных работ:

: *1* — [16], $\lambda = 3$ *см*, *2* — [21], $\lambda = 75$ *см*, *3* — [10], $\lambda = 75$ *см*, *4* — [25], $\lambda = 3{,}5$—1 *м* и короче, — [23], $\lambda = 35$ *см*, *6* — [17], $\lambda = 10$ *см*, *7* — [24], $\lambda = 3{,}3$ *м*, *8* — $\lambda = 30$ *см*, *9* — $\lambda = 8$ *см*; *б*: *1* — [17], $\lambda = 10$ *см*, *2* — аппроксимация [17], *3* — [5], $\lambda = 7{,}4$ *см*, *4* — [1], $\lambda = 9{,}3$ *см*, *5* — [26], *6* — [29], 7 — [42], *8* — [118], $\lambda = 8$ *см*; *в*: *1* — [24], $\lambda = 3{,}3$ *м*, *2* — аппроксимация [24], *3* — [28], $\lambda = 3$ *м*; *г*: *1* — [33], *2* — [1], *3* — $\lambda = 30$ *см*

2. ЗАВИСИМОСТЬ УРОВНЯ СИГНАЛА ОТ ЧАСТОТЫ

Зависимость уровня сигнала от частоты изучена недостаточно. Различные теории дают крайне пеструю картину (от $P_r \sim \lambda^{-4/3}$ до $P_r \sim \lambda^2$ от постоянства погонного ослабления α до $\alpha \sim \lambda^{-1/3}$). Большинство экспериментальных работ дает падение P_r/P_0 с ростом частоты f (рис. 2), где P_r/P_0 для $\lambda = 3{,}2$ *см* на 20 *дб* ниже, чем для $\lambda = 10$ *см*.

Однако единообразия в оценке зависимости $P_r(\lambda)$ экспериментальные работы пока не дают. Так, например, относительное ослабление с ростом частоты возрастает согласно [40] на 14 *дб* для $D = 300$ *км*, $f = 100$ и 400 *Мгц*; на 9 *дб* [57] для $D = 100$—400 *км*, $f = 500$ 5000 *Мгц* и на 20 *дб* [56] для $D = 175$ *км*, $f = 100$ 1300 *Мгц*. Встречаются далее указания [5, 38] на различия в зависимости $P_r(\lambda)$ при усреднении за разные промежутки времени для разного времени суток и разных расстояний.

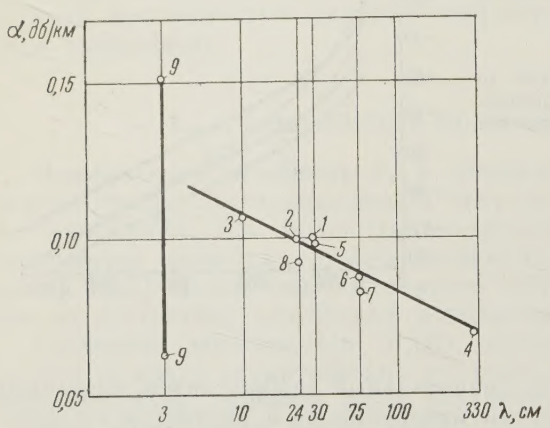


Рис. 3. Зависимость погонного ослабления α от длины волны λ:
1 — $\lambda = 30$ *см*; *2* — [39]; *3* — [17]; *4* — [24]; *5* — [33]; *6* — [21]; *7* — [1]; *8* — [23]; *9* — [16]

Естественно видеть в этом влияние изменчивости структурных условий тропосферы и метеоусловий. Поэтому следует считать достижением применение статистического подхода к оценке зависимости $P_r(\lambda)$ в работе [38], где эта зависимость была определена в зимних условиях на трассе протяженностью 96 *км* одновременными измерениями на 417 и 2290 *Мгц*. Удалось показать, что отношение среднечасовых значений сигналов на обеих частотах распределено по логарифмически нормальному закону и что в течение всего интервала наблюдений зависимость этого отношения от λ менялась в пределах от λ^{-2} до λ^2. Для 50% времени это отношение было пропорционально λ.

Погонное ослабление α среднего значения $P_r(D)$ за пределами горизонта, как известно, значительно меньше, чем в области «классической» дифракции. Однако количественных данных о непосредственных измерениях α сравнительно немного. Почти полностью отсутствуют сведения о зависимости $\alpha(D)$, ее связи с временем года и суток, если не считать работ [1, 21, 25], где данные о зависимости $\alpha(D)$ взаимно противоречивы. Равным образом результаты ряда работ [1, 16, 17, 21, 25, 58] допускают представление $P_r(D)$ в виде экспоненты, что указывает на независимость α от D (прямая на диаграмме $\lg P_r, D$) (о постоянстве $\alpha(D)$ см. также в [57]).

На рис. 3 приведена зависимость α от λ, составленная нами на основании статистической обработки измерений [1, 16, 17, 21, 23, 24, 33, 39]. Средние величины $\alpha(\lambda)$ для различных климатических районов могут быть на диаграмме (α, $\lg\lambda$) удовлетворительно аппроксимированы некоторой прямой $\alpha = C_1 - C_2 \lg\lambda$, так что $\alpha \sim \lg\frac{1}{\lambda}$. На этом же графике нанесены результаты наших измерений (точка *1*; $\lambda = 30$ *см*), которые почти полностью совпадают с данными [18] ($\lambda = 35$ *см*), хотя различие значений P_r/P_0 достигало 10 *дб*. Есть основание полагать, что величина α представляет собой ценный параметр для взаимного сравнения результатов, а также и для выяснения некоторых количественных особенностей всего процесса.

3. ИЗМЕНЕНИЕ СИГНАЛА ВО ВРЕМЕНИ

Изучению колебаний уровня принимаемого сигнала во времени, назы-
емых замираниями, уделяется в ряде работ большое внимание. Эти коле-
ния определяют устойчивость работы линий связи. Накопленный об-
ирный материал позволяет различать медленные и быстрые замирания.
последние годы наибольшее количество работ относится к трассам
отяженностью до 300—500 *км* [13, 14, 16—19, 21—29, 33, 57].
я бóльших расстояний сведения о замираниях весьма ограничены.
При анализе записей уровней сигналов за различные промежутки вре-
ни (час, сутки, месяц, год) неизменно наблюдаются медленные замира-
ния, которые могут вызываться появлением или исчезновением слоев
версий, крупных неоднородностей и изменением значения $d\varepsilon/dh$ (вер-
кального градиента диэлектрической проницаемости воздуха ε).

Суточный ход среднечасовых значений сигнала выражен слабо и не
еет определенных закономерностей [26], хотя чаще всего сигнал вече-
м и ночью выше, чем днем [28, 41, 56, 59]. Летом этот ход выражен от-
гливее, чем зимой, и на меньших расстояниях (100—150 *км*) яснее, чем
больших (400—500 *км*). В работе [33] отмечено, что на расстояниях
8 и 332 *км* ночью и вечером сигнал выше, чем днем; на расстоянии 575 *км*
от ход меняется на обратный — максимальные величины сигнала наб-
даются в дневные часы. По нашим измерениям на трассах 100 и 390 *км*
точный ход составлял 8—12 *дб*.

Не обнаруживается зависимости амплитуд медленных замираний от
стоты; при различных климатических условиях разница достигает
асстояния 300—400 *км*) 10—25 *дб* [19, 24, 25, 57] (иногда доходит до 30
более *дб*) и больше летом, чем зимой.

Уровни принимаемых сигналов испытывают также сезонные колеба-
я, увеличиваясь летом и уменьшаясь зимой. Амплитуда сезонных коле-
ний уменьшается с ростом расстояния. О степени этих изменений амп-
туды можно судить по работе [25], согласно которой разность между
ксимальными и минимальными среднемесячными величинами состав-
ла на расстояниях 300 и 987 *км* соответственно 12 и 6 *дб*.

В течение коротких промежутков времени наблюдаются также быстрые
мирания, которые налагаются на медленные и, в противоположность
, зависят от частоты. В результате сложения быстрых и медленных за-
раний общая глубина замираний увеличивается, достигая по одним
точникам максимума на расстояниях 100—300 *км* [13, 28], но по резуль-
там других исследований [40, 48] амплитуда замираний монотонно
ывает с ростом расстояния и становится согласно [25] на расстоянии
0 *км* равной для зимы и лета соответственно 3 и 10 *дб*.

В значительной части работ распределения за короткие промежутки
емени (десятки секунд — 1 *час*) близки к релеевским [21, 25, 42]. Име-
тся доказательства, что релеевское распределение встречается лишь
я слабых сигналов [19, 25]. Однако в других исследованиях указы-
ется, что амплитуда замираний для коротких интервалов времени не-
дко оказывается меньше, а иногда и больше 13,4 *дб* [26, 59]. Ряд
торов на основании измерений отмечает, что с увеличением интервала
блюдения распределение переходит в логарифмически-нормальный
кон [25, 26, 42].

Экспериментально обнаружено [52], что закономерности такого типа
гласно [32] указывают на наличие в принимаемом сигнале «постоян-
й» составляющей. В случаях образования инверсий или атмосферных
лноводов распределение может отклоняться и от логарифмически-
рмального закона.

Детальное изучение распределений было проведено в работах [14, 16],
результате чего по существу показано, что наряду с релеевским встре-

чались распределения: модифицированное релеевское, логарифмически нормальное и других типов. В работе [16] высказано предположение что распределение первого и третьего типов обусловливается некогерентным рассеянием и второго типа — сложением рассеянной составляюще

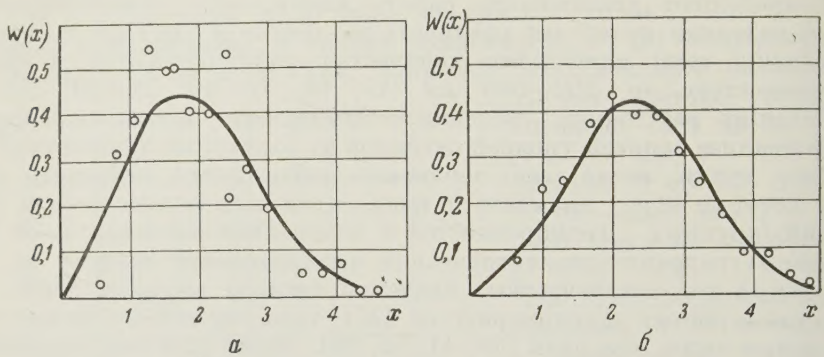


Рис. 4. Сравнение экспериментальных кривых распределений амплитуды поля с расчетными:

а — лето, $D = 150$ *км*, $\beta = 1{,}12$; *б* — зима, $D = 390$ *км*, $\beta = 1{,}5$

с постоянной. Такое предположение является спорным, поскольку зако Релея может, как известно, получаться при отражении радиоволн от шер ховатых слоев [44].

По нашим наблюдениям на трассе протяженностью 390 *км* ($\lambda = 30$ *см* полученные интегральные кривые за часовые и более длительные интер валы были близки к закономерностям нормально-логарифмического типа что должно указывать на наличие постоянной составляющей. Даже в те чение минутных интервалов распределение Релея встречалось редко притом лишь для наиболее слабых уровней сигнала. К выводу о наличи постоянной составляющей можно прийти из сравнения с данными опы та плотности вероятности процесса, обусловленного постоянной состав ляющей и конечным числом составляющих, подчиняющихся закон Релея.

На рис. 4 приведено сравнение для зимы и лета теоретической кри вой плотности вероятности с параметрами распределения, найденными и непосредственных измерений. Это показывает, что формула

$$W(x) = xe^{-\frac{R^2+a_0^2}{\Sigma a_s^2}} J_0\left(\sqrt{\frac{2a_0^2}{\Sigma a_s^2}}\, x\right),$$

где

$$x = \sqrt{\frac{2}{\Sigma a_s^2}}\, R;$$

R, a_0 и a_s — соответственно суммарная амплитуда вектора поля, его по стоянная и случайная составляющие, может описывать закономерност изменений уровней сигналов во времени.

На рис. 5 приведен суточный ход составляющих a_0^2, Σa_s^2 и их отноше ния β^2 для трассы 150 *км* за одни сутки. В противоположность случайно постоянная составляющая максимальна вечером и утром и близка нулю около полудня, когда распределение близко к закону Релея.

Скорость замираний, под которой понимается число пересечений секунду мгновенными значениями сигнала среднего уровня, будет опре

еляться, очевидно, скоростью изменения фазы каждой интерферирующей олны во времени. Эта скорость должна расти с увеличением частоты и ротяженности трассы, что подтверждается рядом экспериментальных абот. Замечена также связь скорости замираний с величиной принимаеого сигнала [33]; при этом рост сигнала приводит обычно к уменьшению корости замираний.

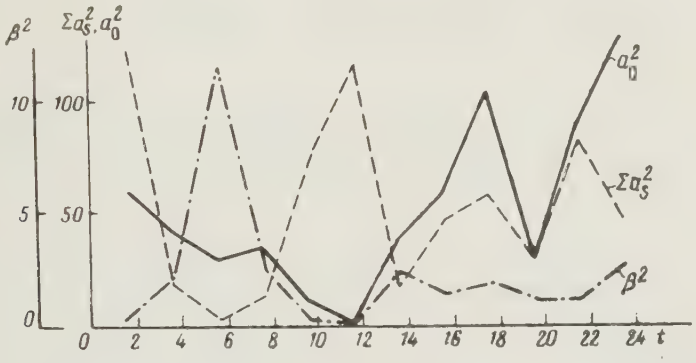


Рис. 5 Суточный ход a_0^2, Σa_s^2 и β^2; $D = 150$ *км*. На оси абсцисс указано время суток

Быстрые и глубокие замирания могут также вызываться отражениями г самолетов. Эти замирания растут с частотой и зависят от скорости и направления движения самолета.

4. ПОТЕРИ УСИЛЕНИЯ АНТЕНН

В опытах далеко за пределами горизонта было обнаружено явление отерь усиления антенн («потери связи апертуры со средой»), обусловленое исключительно особенностями распространения в тропосфере.

Сущность этого явления заключается в том, что для антенн с коэффициентом усиления G, превышающим 35—40 *дб*, усиление не реализуется олностью и оказывается меньше, чем для свободного пространства.

В литературе сведения об опытах по изучению этого явления за пределами горизонта появились в 1955 г. [2, 45, 48].

Хотя механизм потерь усиления антенн еще далеко не полностью изучен, экспериментальные данные позволяют выдвинуть для объяснения того явления по крайней мере две гипотезы.

1. Распространение радиоволн в статистически-неоднородной среде в конечном счете приводит к тому, что в плоскости приемной антенны фронт олны искажается и энергия, поглощенная приемной антенной, меньше той энергии, которая была бы в отсутствие флуктуаций амплитуды и азы.

2. К приемной антенне могут приходить элементарные волны с различными случайными углами прихода. При сравнимости величин колеаний углов прихода с шириной диаграммы направленности эффективное силение антенн также должно уменьшаться *.

Оба указанных механизма были обнаружены экспериментально в 20] путем достаточно быстрого качания диаграммы направленности антенны. Мгновенные характеристики диаграмм в основном встречались

* Иногда из-за флуктуаций углов прихода [49, 50] потери усиления обнаруиваются и в зоне прямой видимости.

двух видов: а) с уширением по сравнению с шириной диаграммы антенны, снятой в пределах прямой видимости, примерно в 1,5—3 раза; б) без уширения, но с меняющимся во времени направлением максимума диаграммы антенны относительно оси трассы.

Вопрос о первом механизме при некоторых предположениях о функции корреляции исследован в [51].

Независимо от [20] аналогичное предположение о возможности существования обоих механизмов высказано и теоретически исследовано

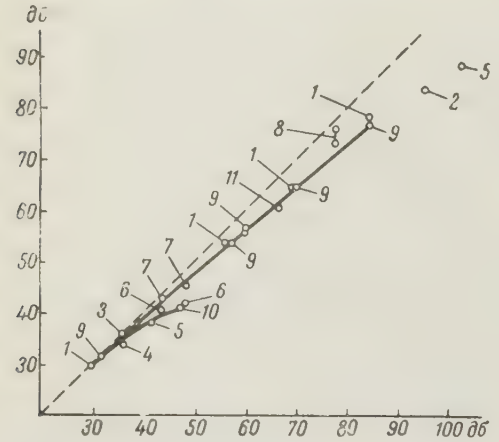


Рис. 6. Зависимость реализуемого усиления антенн от усиления по плоской волне (по оси абсцисс отложено усиление антенны по плоской волне, по оси ординат — реализуемое усиление):

1 — [46], $D = 300$ *км*, $\lambda = 12{,}0$ *см*; *2* — [5], $D = 300$ *км*, $\lambda = 7{,}3$ *см*; *3* — [17], $D = 370$ *км*, $\lambda = 10{,}0$ *см*; *4* — [19], $D = 280$ *км*, $\lambda = 8{,}7$ *см*; *5* — [22], $D = 320$ *км*, $\lambda = 4{,}0$ *см*; *6* — [47], $D = 215$ *км*, $\lambda = 3{,}3$ *см*; *7* — [47], $D = 150$ *км*, $\lambda = 3{,}3$ *см*; *8* — [41], $D = 278$ *км*, $\lambda = 9{,}8$ *см*; *9* — [25], $D = 300$ *км*, $\lambda = 13{,}0$ *см*; *10* — [48], $D = 320$ *км*, $\lambda = \ldots$; *11* — [49], $D = 74$ *км*, $\lambda = 3{,}3$ *см*

[55]. Экспериментально это явление изучалось в [5, 17, 19, 22, 25, 46, 47, 48] путем сравнения сигналов, принимаемых на антенны с различным усилением. Сравнение результатов измерений затрудняется различиями во времени и продолжительности измерений, поскольку указываемые величины потерь всегда усреднены и, как правило, за различные интервалы времени. Все эти измерения, за небольшими исключениями, прово-

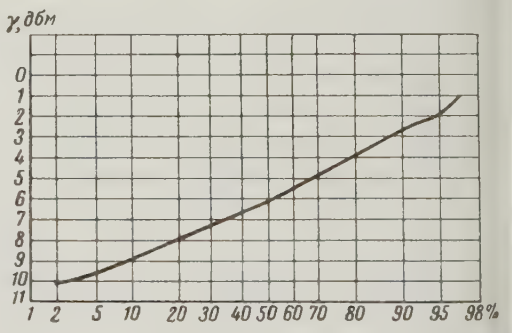


Рис. 7. Интегральные распределения разности усилений двух антенн. По оси ординат γ — разность реализуемых усилений антенн в *дбм*; по оси абсцисс — % времени, в течение которого γ равна или больше соответствующей ординаты

дились на трассах протяженностью около 300 *км* и в диапазоне волн от 3 до 12 *см* (рис. 6).

Хотя законность суммирования усилений передающей и приемной антенн и неясна (см., например, [104]), из рис. 6 видно, что экспериментальные точки с небольшим разбросом группируются вблизи прямой, аппроксимирующей результаты работы [25].

Для трасс протяженностью порядка 300 *км* потери усиления растут с увеличением общего усиления приемной и передающей антенн и с увеличением D до 300—500 *км* и $f = 2290$ *Мгц*. Однако есть указание, что при дальнейшем росте расстояния эти потери начинают падать. Например, при расстояниях порядка 1000 *км* и $f = 413$ *Мгц* усиление параболоидальной антенны диаметром 18 *м* реализуется полностью [25] (см. также [1]).

Почти полностью отсутствуют сведения относительно изменений потерь усиления антенн от времени года, суток и метеорологических условий. Однако из [5] можно сделать вывод о том, что величина потерь, подобно величине принимаемого сигнала, носит статистический характер и построить кривую (рис. 7), которая определенно указывает на наличие такой зависимости. В [5] приведены значения среднедельных мощностей сигналов, принимавшихся в течение года на две антенны с усилением 53 и 56 *дб*. В течение различных сезонов величина $\gamma = G_{18\,м} - G_{8{,}5\,м}$ менялась от 0 до 10 *дб*. Оказалось, что γ при более сильных сигналах больше, чем при слабых.

5. ИСКАЖЕНИЕ СИГНАЛОВ ПРИ ДАЛЬНЕМ ТРОПОСФЕРНОМ РАСПРОСТРАНЕНИИ. ВОЗМОЖНАЯ ПОЛОСА ПЕРЕДАВАЕМЫХ ЧАСТОТ

Приход в место приема множества волн с разными амплитудами и различным относительным запаздыванием приводит к искажениям сигналов и ограничивает возможность передачи достаточно широкополосных сообщений.

Экспериментальные исследования искажений сигналов сравнительно немногочисленны [5, 33, 42, 51, 61]. Возможность передачи таких широкополосных сообщений, как телевидение, исследовал Тидд [62], однако эти исследования не дают возможности судить об устойчивости такой передачи.

Опубликованные теоретические работы по определению искажений сигналов основаны на представлении тропосферы в виде некоторого идеального четырехполюсника [63—66] или же на определении корреляции амплитуд составляющих сигнала на различных частотах в пределах передаваемого спектра [30, 60, 67, 68, 69].

При антеннах с малой направленностью все работы, основанные на представлении о некогерентном рассеянии, приводят к зависимости максимально возможной полосы передаваемых частот $(\Delta f)_{макс}$ от расстояния D вида

$$(\Delta f)_{макс} = \frac{\text{const}}{D^3},$$

отличающейся в различных работах лишь значением постоянной.

В предположении когерентного отражения [66] получается

$$(\Delta f)_{макс} = \frac{\text{const}}{D}.$$

Если при антеннах с малой направленностью амплитуды волн с большим запаздыванием уменьшаются за счет дифракционного ослабления земной поверхностью (что, правда, ни в одной работе не учитывается) и «направленности» тропосферы, то при антеннах с узкими диаграммами амплитуды этих запаздывающих волн уменьшаются также и за счет направленности антенн. Максимальная полоса передаваемых частот в этом случае уже существенно зависит от ширины диаграмм направленности антенн, однако эта зависимость в различных работах оказывается разной.

Из-за случайного характера переизлучения электромагнитной энергии неоднородностями тропосферы искажения сигналов также должны иметь случайный характер, что подтверждается измерениями [5, 61] и экспериментами, проводившимися в СССР. Эксперименты показывают, что как амплитудные искажения сигнала, так и время запаздывания в полосе шириной несколько мегагерц подвержено значительным и быстрым случайным изменениям. Искажения сигналов при двух антеннах,

достаточно разнесенных в пространстве, некоррелированы, поэтому раз несенный прием не только дает выигрыш в уровне сигнала, но и умень шает его искажения, обеспечивая большую пропускную способност тропосферных радиолиний.

Несомненно, что как экспериментальные, так и теоретические иссле дования, связанные с определением искажений сигналов, далеко не пол ны. Необходимы дальнейшие исследования с целью более тщательного выяснения зависимости искажений от расстояния, длины волны, направ ленности антенн и т. п. Необходимо также выяснение влияния разнесен ного приема на искажения сигналов. Теоретические исследования иска жений сигналов представляется целесообразным развивать путем нахож дения корреляционной связи между амплитудами и фазами составляю щих спектра сигналов. Такой подход наиболее перспективен, так как поз воляет определять искажения статистически.

6. РАДИОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Анализ связей между поведением сигнала и условиями погоды на трас се может способствовать выяснению преобладающей роли того или иного механизма дальнего распространения.

Рефрактометрические измерения [37, 70, 71] расширили и углубили представления о строении тропосферы и, в частности, о зависимости $\varepsilon(h)$, $(\overline{\Delta\varepsilon})^2$ и масштабе турбулентностей l. Эти измерения показали [71, 72], что $\sqrt{(\overline{\Delta\varepsilon})^2}$ обычно изменяется в пределах $0{,}3-3N$ единиц и что регулярно существуют слоистые неоднородности толщиной от 1 до 300 *м*. Интенсивность «скачков» в этих слоях составляет от 2 до $50-60\,N$ единиц и особенно велика в так называемых «невидимых облаках» [39, 72]. Установлено также наличие турбулентных слоев.

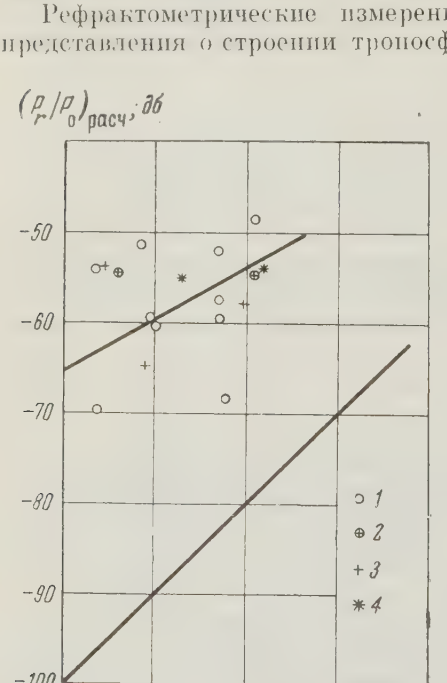


Рис. 8. Сравнение экспериментальных значений напряженности поля с расчетными: $1-\lambda=140$ *см*; $2-\lambda=100$ *см*; $3-\lambda=10$ *см*; $4-\lambda=30$ *см*

В [72] утверждается, что на высотах $h = 3000$ *м* и более величина $(\overline{\Delta\varepsilon})^2/l$ слишком мала для объяснения дальних полей, а ее изменение с высотой не дает нужной зависимости $P_r(D)$. Не обнаружено значительных неоднородностей ε в тропопаузе, а на высотах $h \simeq 15$ *км* флуктуации ε ниже порога чувствительности аппаратуры. Опыты, проведенные в СССР до высоты 5 *км* [70], не обнаружили убывания $(\overline{\Delta\varepsilon})^2$ с высотой. Интенсивность $(\overline{\Delta\varepsilon})^2$ резко возрастала на границе инверсий и облаков и не была связана с приземными значениями ε. Нами были проведены одновременные измерения P_r и $(\overline{\Delta\varepsilon})^2, l$. Сравнение с формулой Гордона [64] (рис. 8) показывает, что для трассы протяженностью 300 *км* расчетное значение P_r на 30 *дб* выше опытного.

Для получения сведений о строении атмосферы и выяснения механизма дальнего распространения применяется также радиотехнический метод. Например, изучение характеристик радиосигнала позволило исследовать дрейф неоднородностей и показать, что для волн метрового диапазона на трассах протяженностью в 100—400 *км* на уровень сигнала заметно влияют инверсионные слои [73, 74].

Большое внимание уделяется оценке изменения P_r в зависимости от величины градиента коэффициента преломления воздуха ΔN_1 в слое 1—1000 *м*. Так как в [75, 76] установлена четкая связь между ΔN_1 и величиной $N = N_0$ у земной поверхности, то некоторые авторы [27, 77] пользуются для прогнозирования средних значений P_r величиной N_0. Так, например, Бин в [77] установил, что при усреднении величин P_r и N_0 за неделю и месяц коэффициент корреляции r между ними равен 0,8—0,95. Подсчитанный им коэффициент соответствия k (величина изменения P_r на $1N$ единицу) оказался равным в среднем 0,2 *дб*/$1N$ единиц. На основании величины k и мировых карт изолиний N_0 в [78] показано, что изменение величины P_r в зависимости от климата достигает 32 *дб*.

Однако параметр N_0, достаточно хорошо характеризуя средний градиент dN/dh и в меньшей мере интенсивность скачков ε на границах атмосферных неоднородностей и слоев инверсий, не дает сведений о высотах слоев и размерах турбулентных образований. Величины r и k имеют суточный ход с максимумом в ранние утренние часы и минимумом в послеполуденное время. Наблюдаются также изменения средних значений k в различных климатических районах. Так, в [79] среднее значение k оказалось равным 0,8 *дб*/$1N$ единиц (Италия, $D = 400$ *км*).

При изучении зависимости между ΔN_1 и N_0 в [59] отмечено, что для восточной части Африки (Дакар), Австралии и Кокосовых островов связь между этими величинами не обнаружена.

Мим [80] считает, что величины N_0 и ΔN_1 не учитывают влияния верхних слоев атмосферы, и вводит новый метеорологический параметр G_M. Этот параметр основан на учете градиента N в слое от земной поверхности до области пересечения диаграмм антенн и термодинамической устойчивости атмосферы. Анализируя связь между P_r и G_M, Мим нашел достаточно четкую зависимость между этими величинами. Однако оценка целесообразности введения этого параметра затруднена отсутствием в [80] сравнения P_r с ΔN_1 и N_0 в этих же условиях. Изучается также связь величин P_r с общими условиями погоды.

Клинкер [81] установил, что в антициклональных условиях, характеризуемых наличием инверсий оседания, сигнал испытывает медленные замирания в 10—20 *дб* с периодом 10—30 *мин*; величина его на 10—20 *дб* выше среднего значения. Наоборот, в циклональных условиях, характеризуемых наличием интенсивного перемешивания в атмосфере, сигнал испытывает быстрые замирания до 30 *дб* с периодом от нескольких минут до 1 *сек*, а величина его на 20 *дб* ниже среднего значения. Такой характер сигналов согласуется с [82], где исследованы замирания при прохождении атмосферных фронтов. Показано, что прохождение фронта по трассе, сопровождающееся неустойчивостью атмосферы близ линии фронта, приводит к быстрым и глубоким замираниям сигнала.

Измерения, описанные в [33], показали, что скорость ветра имеет прямую корреляционную зависимость с глубиной и скоростью замираний и обратную — с величиной P_r. К этому же направлению относится и работа [83], авторы которой получили зависимость P_r от метеорологических условий при помощи карт барической топографии и данных о вертикальной скорости воздушных потоков. Обнаружена отчетливая зависимость между значениями вертикальной скорости воздушных потоков и среднечасовыми значениями P_r. Отмечено также влияние облачности на величину P_r [84].

II. ТЕОРИИ

Трехлетие 1957—1959 гг. является периодом усовершенствования первоначальной формы теорий концепции некогерентного рассеяния [53, 85—92, 106], периодом поисков новых механизмов и теорий дальнего тропосферного распространения УКВ.

1. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ О НЕКОГЕРЕНТНОМ РАССЕЯНИИ. ГЛОБУЛЯРНЫЕ НЕОДНОРОДНОСТИ

Опубликованные обзоры, специально составленные [93, 94, 52, 43, 12, 119, 95, 96] или включенные в многочисленные работы, освобождают нас от необходимости излагать историю и основные принципы представления о некогерентном рассеянии. Естественность этого представления и его принципиальное соответствие изменчивому характеру «трансдифракционного» поля привели к тому, что подобное представление на рубеже 50-х годов стало весьма популярным. Так, в Proc. I. R. E. (1955 г., № 10) лишь одна единственная работа [97] базировалась на ином механизме распространения. Слоистая структура тропосферы в то время полностью игнорировалась или же объявлялась неэффективной, либо случайной. Этим объясняется, например, введение весьма мало соответствующей опыту пропорциональности величины $(\overline{\Delta\varepsilon})^2$ (или $(\overline{\Delta\varepsilon})^2/l$) степени высоты h^{-} [64], потому что это давало требуемую опытом более сильную зависимость P_r от расстояния и позволяло, варьируя n, приспосабливать теоретические кривые к эксперименту.

Расхождение различных теорий в вопросе о частотной зависимости P_r/P_0 и неустраненная и по настоящее время неясность этого вопроса (см. выше) также вынуждали к дальнейшим теоретическим изысканиям. Как только была общепризнана турбулентная природа атмосферных флуктуаций, значительное внимание стало уделяться вопросам теории турбулентности и, в частности, изысканию новых функций корреляции. Введение в рассмотрение преобразования корреляционной функции в интеграл или ряд Фурье (спектральное представление) повышает строгость и удобство рассмотрения и представляет значительную эвристическую ценность. Например, автор [118] приходит к заключению о важности для вопросов распространения наличия определенного соотношения между λ и спектральной составляющей l, хотя практическая ценность этой идеи пока еще не ясна.

За последнее трехлетие в работах, посвященных вопросам некогерентного рассеяния, по преимуществу применяются две общеизвестные теории Колмогорова—Обухова (см. также [99, 100]), с одной стороны, и введенная Вилларсом и Вейскопфом теория «перемешивания градиента» — с другой. Первая теория дает для частотной зависимости P_r/P_0 множитель $\lambda^{-1/3}$, а вторая дает λ. Поскольку последнее значение ближе к эксперименту, многие отдают предпочтение второй теории. На ее основе, в частности, предложена [101] гипотеза о влиянии стратосферы при распространении на расстояниях свыше 600—800 *км*.

Сколько-нибудь общего решения уравнений Максвелла для случая статистически-неоднородной среды над сферической Землей пока еще нет. Искомое общее решение должно было бы, очевидно, сочетать теорию дифракционного распространения над сферической Землей с теорией переоптики (переизлучения во флуктуирующей среде. Ведущиеся в этом направлении работы пока относятся лишь к частным случаям [102, 103] и плоской Земле.

Из-за еще пока непреодоленных трудностей математического характера все теории некогерентного рассеяния прежде всего стремятся радикально упростить задачу, сводя вопрос к методам геометрической

тики (пересечение резко ограниченных диаграмм антенн в отражающем
ьеме тропосферы), т. е. считают, что все промежуточные области не иг-
ют в распространении заметной роли.

Как известно, по сути дела все подобные теории приходят к выражениям
ида радиолокационной формулы»

$$\frac{P_r}{P_0} = QD^2 \int_V \frac{\sigma(\theta)}{R_1^2 R_2^2} dV, \qquad (1)$$

Q — постоянный множитель; $\sigma(\theta)$ — «сечение рассеяния» — некоторая функция, выражающая тем или иным способом влияние флуктуаций ε и зависимость от λ и градиента $d\varepsilon/dh$ (хотя бы введением эффективного радиуса кривизны); с этой формальной точки зрения различные разновидности теорий отличаются по существу в основном лишь видом функции σ. Различие в способе выполнения интегрирования (1) и в допущениях относительно величин V и формы переизлучающего объема V гораздо менее существенно по сравнению с допущениями, делаемыми, например, относительно высотной зависимости $(\overline{\Delta\varepsilon})^2$ или $(\overline{\Delta\varepsilon})^2/l$ или о количественном значении этих величин.

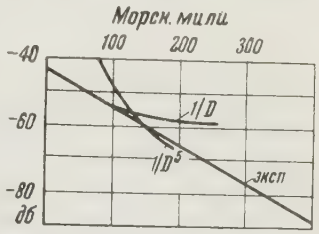


Рис. 9. Сравнение различных аналитических зависимостей поля от расстояния

Следуя Уотермэну [104], можно ограничиться замечанием, что во всех подобных теориях $\sigma(\theta)$ выражается по существу следующим простым образом:

$$\sigma(\theta) = \frac{b}{\sin^m\left(\frac{\theta}{2}\right)},$$

θ — угол переизлучения, который можно принять равным угловому расстоянию передатчик — приемник; b — выражение, включающее зависимость от $(\overline{\Delta\varepsilon})^2$, l, $d\varepsilon/dh$ и др. Для целых четных $m > 2$ в [104] приходит в хорошем приближении общую формулу, путем интегрирования в формуле (1) по всему пространству над касательными к Земле плоскостями передатчика и приемника:

$$\frac{P_r}{P_0} = QbA_m D^{-m+3}, \qquad (2)$$

A_m зависит от m. Если $b \sim h^{-n}$, то вместо D^{-m+3} должно стоять D^{n+3-2n}; для теорий, дающих не целое, но близкое к четному число m, можно (например, [58]) заменять m ближайшим целым четным числом. Существующие теории дают результаты, весьма близкие к формуле (2). Различие этих результатов вряд ли имеет значение, выходящее за рамки чисто теоретического интереса.

Особенностью всех теорий является степенной вид зависимости от D; поскольку это часто плохо соответствует опыту, приходится не только вводить пропорциональность $b \sim h^{-n}$, но и для различных расстояний брать различные значения n; например, в [58] пришлось ввести весьма искусственную и, главное, не соответствующую фактам гипотезу, что до $D = 660$ км величина b постоянна, а затем пропорциональна h^{-2}. Но (рис. 9) на диаграмме ($\lg P_r$, D) точки экспериментальной кривой непринужденно укладываются на некоторую экспоненту, и если принять экспоненциальную зависимость от D, необходимость в искусственной гипотезе о высотной зависимости отпадает. Это справедливо для значительного числа экспериментальных кривых (см. выше).

Сравнение с опытом требует далее подбора числового значения вел чины $(\overline{\Delta\varepsilon})^2$ или $(\overline{\Delta\varepsilon})^2/l$ (правда, в большинстве случаев в пределах на людений). В этой связи в [104] насчитывается не менее 4 параметров, ко рыми в таких случаях можно располагать произвольно.

2. КОНЦЕПЦИЯ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ. СЛОИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Слоистость тропосферы и отражение (хотя может быть и своеобр ное) волн от тропосферных слоев давно уже выдвигались как возможн механизм дальнего распространения. Так, например, гипотезу Фейнст на [105] об отражении от неоднородной монотонно изменяющейся с вы той атмосферы можно отнести к этой категории. Когда же непосредств ные измерения показали реальность существования достаточно стаби ных тропосферных слоев неоднородности [71], внимание к слоистой стр туре тропосферы сильно возросло.

Одним из первых, обративших внимание на возможную роль сл в дальнем распространении УКВ, был Троицкий [107], предположивш в 1955 г. слоистое расположение атмосферных турбулентных неоднор ностей и получивший расчетные формулы, которые (при известных пущениях) соответствовали опыту. Идею влияния слоистых неодно ностей развивал также Шюнеман [108], а природу отражения от слоев Бреховских [109], Бекман [44]. Старас [60], предложивший внест рассмотрение анизотропию неоднородностей, также в известной мере мо рассматриваться как инициатор подобной гипотезы. Четко провели мысль Фрис, Кроуфорд и Хогг [110]. Основную роль в их рассужден играют число и форма слоистых образований. Отражение волн опред ется методами геометрической оптики в соединении с оценкой коэф циента отражения методами френелевской дифракции. Сама турбул ная природа слоев по сути дела не учитывается, зато предполагается, отдельные слои могут быть ориентированы в любом направлении, так в отражении к приемнику могут участвовать и слои, лежащие вне б шого круга трассы. Коэффициент отражения получается пропорцион ным скачку $[d\varepsilon/dh]_0$ на границах слоя. Путем введения нескольких час произвольных предположений о числовых значениях скачка, разме слоев, их формы, формы объема V получается элементарным путем нек рая формула с зависимостью от расстояния в виде θ^{-4}, т. е. D^{-4} и про циональностью λ. Эта формула содержит значительное число произв ных параметров, так что имеются большие возможности согласовать рию с опытом. Во второй весьма обширной работе [5] разобран ряд гих смежных вопросов.

Концепцию турбулентных слоев подробно развивают Кастель, Вож, Ницчичино [10, 111, 112, 113, 119], предложившие под назва «лепестковой атмосферы» модель атмосферы, также слоистую, но со щую из большого числа листков, частью «спокойных», частью «возму ных». Эту гипотезу они подкрепляют метеонаблюдениями и прих к следующим заключениям. Спокойные слои отражают по преимуще зеркально, а возмущенные — диффузно. Однако для каждого из в слоев существуют и зеркальная и диффузная составляющие, сравни ная величина которых определяется параметром

$$a = \frac{\sin\psi}{\lambda}\left[2\pi h + L\,\frac{\varphi+\psi}{2}\right],$$

где L — «продольный размер отражающей поверхности» (принима конечной), а $90^\circ - \psi$ и $90^\circ - \varphi$ — углы скольжения и отражения (ψ лишь в случае зеркального отражения). Зеркальная составляющая больше и постояннее, чем h и ψ меньше (а λ больше). По мере уменьш

прямая на «релеевской диаграмме», выражающая точное выполнение леевского распределения, несколько искривляясь, становится все ме- наклонной, пока, наконец, не переходит в горизонтальную прямую, ачающую постоянство амплитуды (см. также [32] и [44]).

Для «парциальных» полей отдельных слоев получается, что «зеркаль- » составляющая поля падает с возрастанием угла скольжения ψ и тоты и диффузная составляющая ведет себя в обратном смысле. Выяс- тся, что нет необходимости в том, чтобы отражающий слой толщины ыл непрерывным и что различие между зеркальным и диффузным от- кениями (и соответствующие законы распределения полей) остается силе и для «совокупности отражателей», распределенных случайно в ое h», если даже ограничивающие поверхности неплоские. Зеркальное ажение исчезает для $h < \frac{1}{2}\lambda$.

В дальнейшей работе [119] эта концепция развивается; подчеркивает- принципиальное значение рассмотрения мгновенных характеристик нала в отличие от обычно наблюдаемых средних. Выведены формулы мощности, отраженной от регулярной и нерегулярной поверхностей, бходимые для позднейшего вычисления принимаемого поля. Выяс- тся, что три возможных механизма распространения (зеркальное от- кение, рассеяние от слоев и рассеяние глобулярное) могут переходить н в другой при росте частоты, что «перекидывает мост» между концеп- ми частичного отражения и рассеяния.

3. КОНЦЕПЦИЯ КОГЕРЕНТНО ОТРАЖАЮЩИХ СЛОЕВ

В ряде работ постулируются достаточно (в идеале — по всей длине ссы) протяженные и сравнительно устойчивые слои неоднородностей ли градиента * $d\varepsilon/dh$, когерентно отражающие падающую от передат- а энергию. Подобные взгляды, имеющие большую давность в отно- нии ионосферы, применительно к тропосфере впервые появились в рии тропосферных волноводов в начале 40 гг.; затем, в духе работы 5], их развили Кэролл и Ринг; эти авторы показали [97], что при ре- нии классической задачи дифракции для профиля, более сложного, линейный (приводящий к представлению об эквивалентном радиусе), ри учете [98] очень большого числа членов ряда собственных волн, яющегося решением исходного дифференциального уравнения, можно учить результат, удовлетворительно отвечающий опыту. К аналогич- у результату пришла Пономаренко [114], пользовавшаяся дифрак- нной теорией Фока [115]. Калинин [66] применил к тропосфере с отопным профилем (при некоторых допущениях) метод геометрической ики и также получил положительный результат, отличающийся боль- й простотой расчетных формул.

Представление об отражении от стабильных слоев тропосферы встре- т возражения двоякого рода. Первое возражение отмечает несовмести- ть большой изменчивости полей на больших расстояниях с представ- ием о стабильности слоев тропосферы. Однако, следуя хотя бы модели 2], без особого труда можно ввести (хотя бы пока только принципиаль- элемент изменчивости и в такие слои. Второе возражение гораздо серь- ее и относится к работам типа [97, 98], однако это возражение скорее ретического характера и мало затрагивает практическую сторону роса. Дело в том, что авторы этих работ полагают зависимость ε в е: 1) $\varepsilon(h)$ убывает монотонно по некоторому закону до $h = H_0$ (пола- тся $H_0 = 9300$ *м*) и 2) при $h = H_0$ величина ε становится (с резким чком градиента $d\varepsilon/dh$ при $h = H_0$) постоянным (например, равным

* А также и высших производных: $d^2\varepsilon/dh^2$ и т. д.

единице). Однако это означает, что при $h = H_0$ имеется фактически не который (математически бесконечно тонкий) слой градиента $d\varepsilon/dh$. Дейст вительно, Норсовер [116] пришел к выводу о практическом отсутствии дальних полей при профиле $\varepsilon(h)$, не имеющем указанного скачка. Одна ко во второй работе [117] тот же автор показал, что при наличии слоя $d\varepsilon/dh$ на некоторой высоте $h = H_i$ (H_i не обязательно равно H_0) можно получить и при больших расстояниях поля нужного порядка. При этом при достаточно больших D ослабление P_r с расстоянием D тем сильнее, чем короче λ, что, вообще говоря, соответствует опыту. Это достигается, однако, ценой введения двух произвольных параметров: H_i и интенсивности слоя (т. е. величины $d\varepsilon/dh$ в слое) и гораздо большей сложностью (по сравнению с теориями представления о некогерентном рассеянии) не только самих вычислений, но и окончательных формул.

Тем не менее, такая теория заслуживает большого внимания. Действительно, само существование слоев надежно устанавливается непосредственными измерениями (см. выше), а их роль в дальнем распространении — также и исследованием зависимости P_r от расстояния. Так, авторы [15] приходят к определенному положительному выводу о существовании и влиянии подобных слоев в своих опытах для частоты 91,3 *Мгц* на их кривых имеются при определенных расстояниях четкие максимумы (наблюдавшиеся уже Мегоу [53]), объясняемые развиваемой в [15] теорией, рассматривающей методами геометрической оптики отражение от устойчивых сферических слоев.

Трудно сомневаться в том, что дифракционный (в противоположность методу геометрической оптики) подход к подобным задачам значительно более строг именно при решении задачи о распространении вдоль кривизны земного шара. Поэтому нами произведена попытка возможного упрощения формул, приведенных в [116, 117]. Приближенным приемом замены суммирования бесконечного ряда в [116] и [117] интегрированием получается выражение вида

$$\frac{P_r}{P_0} = \frac{1}{D}\,\Phi\left(\lambda, \left[\frac{d\varepsilon}{dh}\right]_0, h_1, h_2\right)\exp\left[-\alpha D\right],$$

где Φ — сложная функция, аналогичная высотным множителям классической теории дифракции, содержащая зависимость от λ и величины скачка $[d\varepsilon/dh]_0$ в слое, а α — некоторая другая функция вида $A - B\ln\lambda$, зависящая от тех же параметров (см. выше), где величины A и B не зависят от λ.

Не претендуя на строгость и не отражая в явной форме флуктуационного характера полей, это соотношение дает, однако, искомую экспоненциальную зависимость $P_r(D)$ (потому что зависимость D^{-1} не существенна по сравнению с экспонентой).

Интересно отметить, что поскольку $\alpha \sim \ln\lambda$, то в основном частотная зависимость имеет вид $P_r/P_0 \sim \lambda^{BD}$.

Оказывается, что при $D = 300$ *км* величина $BD \simeq 1$, что согласуется с результатами работы [38].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Практическое овладение явлением дальнего тропосферного распространения идет вперед большими шагами. Однако для полного теоретического понимания вопроса предстоит еще сделать многое, в частности в отношении изучения строения тропосферы, выяснения возможной роли стратосферы, более четкого понимания влияния климатических условий и др.

Еще мало изучены такие вопросы, как зависимость сигналов от расстояния и частоты, а также ширина полосы пропускания частот, роль разнос

тенн по пространству, частоте, углам прихода. С точки зрения теории
) обусловлено недостаточным знанием взаимодействия трех известных
настоящий момент возможных механизмов распространения. На этот
прос, равно как и на возможное углубление различных старых теорий,
едует обратить внимание наравне с интенсификацией широкого экспе-
мента и накоплением эксплуатационного опыта.

Таким путем будет достигнут искомый результат теоретических ис-
едований — создание надежного инженерного расчета.

ЛИТЕРАТУРА

J. H. Chisholm, Onde électr., 1957, **37**, 362, 427.
K. Bullington, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 19, 1175.
G. Millington, Electr. Engng, 1958, **30**, 363, 248.
R. A. Bowden, L. F. Tagholm, J. W. Stark, Proc. I. E. E., 1958, **B 105**, Suppl. № 8, 84.
A. B. Crawford, D. C. Hogg, W. H. Kümmer, Bell System Techn. J., 1959, **38**, 5, 1067.
I. Grosskopf, Nachrichtentechnik, 1956, **9**, 6.
Б. А. Введенский, А. В. Соколов, Радиотехника и электроника, 1957, **3**, 11, 1375.
А. И. Калинин, Электросвязь, 1956, 5, 37.
Д. М. Высоковский, Некоторые вопросы дальнего тропосферного распространения ультракоротких радиоволн, Изд. АН СССР, 1958.
F. du Castel, P. Misme, J. Voge, Onde électr., 1958, **38**, 376, 503.
А. Г. Аренберг, Распространение дециметровых и сантиметровых волн, Изд. Советское радио, 1957.
Б. А. Введенский, А. Г. Аренберг, Радиотехника, 1957, **12**, 1, 3, 10.
K. S. Jowet, Proc. I. E. E., 1958, **B 105**, Suppl. № 8, 91.
F. A. Kitchen, B. C. Richards, I. J. Richmond, Proc. I. E. E., 1958, **B 105**, Suppl. № 8, 108.
R. I. Starkey, W. R. Tarner, S. R. Racoe, G. F. Kitchen, Proc. I. E. E., 1958, **B 105**, Suppl. № 8, 97.
W. R. R. Joy, Proc. I. E. E., 1958, **B 105**, Suppl. № 8, 158.
W. R. R. Joy, Proc. I. E. E., 1958, **B 105**, Suppl. № 8, 153.
G. G. Rider, Proc. I. E. E., 1958, **B 105**, Suppl. № 8, 143.
B. C. Angell, I. B. L. Foot, W. J. Lucas, G. T. Thompson, Proc. I. E. E., 1958, **B 105**, Suppl. № 8, 128.
A. T. Waterman, IRE Trans., 1958, **AP-6**, 4, 338.
H. E. Dinger, W. E. Gardner, D. H. Hamilton, A. E. Teachman, Proc. I. R. E., 1958, **46**, 7, 1401.
I. H. Vogelman, I. L. Ryerson, M. H. Bickelhaupt, Proc. I. R. E., 1959, **47**, 5, 688.
L. A. Ames, E. T. Martin, E. J. Rogers, Proc. I. R. E., 1959, **47**, 5, 769.
H. Beverage, E. Laport, L. Simpson, RCA Rev., 1955, **16**, 3, 432.
Radio transmission by ionospheric and tropospheric scatter, Proc. I. R. E., 1960, **48**, 1, 30.
L. H. Doherty, G. A. Neal, IRE Trans., 1959, **AP-7**, 2, 117.
B. Josephson, G. Carlson, IRE Trans., 1958, **AP-6**, 2, 173.
L. Klinker, UKW Fernempfangsbeobachtungen, ihre Bedeutung für Meteoro, logie und Funktechnik, Berlin, 1955.
K. Bullington, W. J. Inkster, A. L. Durkee, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 10, 1306.
S. O. Rice, Proc. I. R. E., 1953, **41**, 2, 274.
K. Norton, P. L. Rice, L. E. Vogler, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 10, 1488
K. Norton, L. E. Vogler, W. V. Mansfield, P. J. Short, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 10, 1354.
G. C. Rider, Marconi Rev., 1958, **21**, 131, 184.
Discussion on tropospheric propagation beyond the horizon, Proc. I. E. E., 1958, **B 105**, Suppl. № 8, 184.
I. H. Gerks, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 10, 1290.
K. Bullington, Bell System Techn. J., 1957, **36**, 3, 593.
Proc. of the XII General Assembly URSI, 1957, **11**, part. 2.
R. Bolgiano, Proc. I. R. E., 1959, **47**, 2, 331.
D. L. Ringwalt, W. S. Ament, T. G. Macdonald, IRE Trans., 1958, **AP-6**, 2, 208.
W. Morrow, Onde électr., 1957, **37**, 362, 444.
M. W. Gough, Marconi Rev., 1958, **21**, 131, 198.
J. H. Chisholm, P. A. Portmann, J. T. Bettencourt, J. T. Roche, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 1317.

43. J. B. Wilsner, A. J. Pote, Onde électr., 1957, **37**, 362, 456.
44. P. Beckmann, Acta Technica CSAV, 1957, **2**, 4, 311.
45. L. G. Trolese, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 10, 1300.
46. J. H. Chicholm, L. P. Rainville, J. F. Roche, H. G. Root, IRE Trans., 1959, **CS-7**, 3, 195.
47. I. Kurihava, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 10, 1362.
48. G. L. Mellen, W. E. Morrow, A. J. Pote, W. Radford, J. B. Wisner, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 10, 1269.
49. W. M. Sharpless, Proc. I. R. E., 1946, **34**, 11, 837.
50. A. B. Crawford, W. M. Sharpless, Proc. I. R. E., 1946, **34**, 10, 845.
51. И. А. Гусятинский, Б. С. Наденеико, Электросвязь, 1959, **12**, 1
52. F. du Castel, Onde électr., 1957, **37**, 362, 591.
53. E. C. S. Megow, Nature, 1950, **166**, 12, 1100.
54. P. L. Rice, A. G. Longley, K. A. Norton, NBC Report, 1958, 5582, 3
55. Н. А. Арманд, Б. А. Введенский, Радиотехника и электроника, 195 4, 10, 1594.
56. F. du Castel, Onde électr., 1960, **40**, 394, 10.
57. R. Cabessa, Onde éclectr., 1960, **40**, 394, 24.
58. E. G. Richards, Proc. I. E. E., 1958, **B 105**, Suppl. № 8, 177.
59. L. Boithias, F. du Castel, Onde électr., 1960, **40**, 394, 39.
60. H. Staras, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 10, 1374.
61. J. H. Chisholm, L. P. Rainville, J. F. Roche, H. G. Root, IR Trans., 1958, **AP-6**, 4, 377.
62. W. H. Tidd, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 10, 1297.
63. H. G. Booker, J. T. de Bettencourt, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 10, 28
64. W. E. Gordon, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 110, 23.
65. В. Н. Троицкий, Радиотехника, 1956, **11**, 9, 3.
66. А. И. Калинин, Электросвязь, 1959, 6, 41.
67. И. А. Гусятинский, Электросвязь, 1959, 4, 3.
68. А. В. Просин, В. Ф. Губский, Радиотехника, 1959, **14**, 5, 23.
69. J. Voge, Ann. télécommuns, 1953, № 8—9.
70. Л. А. Казаков, А. Н. Ломакин, Сб. материалов конференции научн техн. общества радиотехники и электросвязи им. А. С. Попова, 1959.
71. C. Crain, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 10, 1405.
72. C. Crain, Onde électr., 1957, **37**, 362, 441.
73. L. Klinker, Z. Meteorol., 1957, **11**, 2, 8, 43.
74. L. Klinker, Z. Meteorol., 1957, **11**, 10, 8, 339.
75. B. Bean, B. Cahoon, Proc. I. R. E., 1957, **45**, 11, 1545.
76. B. H. Bean, G. D. Thayer, Proc. I. R. E., 1959, **47**, 5, 740.
77. B. Bean, IRE Trans., 1956, **CS-4**, 1, 32.
78. B. Bean, J. D. Horn, J. Res. Nat. Bur. of Standards, 1959, **63D**, 3, 259
79. J. Bonaveglia, Alta Frequenza, 1958, **27**, 6, 815.
80. P. Misme, IRE Trans., 1958, **AP-6**, 3, 289.
81. L. Klinker, Hochfrequenztechn. und Elektroakust., 1956, **65**, 3, 77.
82. D. R. Hay, G. E. Poaps, Canad. J. Phys., 1959, **37**, 11, 1272.
83. W. Moler, W. Arvola, Trans. Amer. Geophys. Union, 1956, 399.
84. P. Beckmann, Slaboproudý obzor, 1955, **16**, 3, 115.
85. В. А. Красильников, Изв. АН СССР, Сер. геогр. и геофиз., 1949, **13**, 33.
86. C. L. Pekeris, Phys. Rev., 1947, **71**, 4, 268.
87. H. G. Booker, W. E. Gordon, 1950, **38**, 4, 401.
88. H. Staras, J. Appl. Phys., 1952, **43**, 10, 1152.
89. R. A. Silverman, M. Balzer, Phys. Rev., 1954, **96**, 11, 560.
90. A. D. Wheelon, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 10, 1381.
91. А. В. Просин, Сб. трудов научно-техн. общества радиотехники и элект связи им. А. С. Попова, 1959, 3.
92. Г. С. Горелик, Радиотехника и электроника, 1956, **1**, 6, 695.
93. P. Beckmann, Slaboproudý obzor, 1956, **17**, 4, 188.
94. H. Staras, A. D. Wheelon, Proc. of the XII General Assembly URSI, 19 **11**, p. 2, com. II, 85.
95. В. И. Татарский, Теория флуктуационных явлений при распростране волн в турбулентной атмосфере, Изд. АН СССР, 1959.
96. Н. Г. Денисов, В. А. Зверев, Изв. вузов МВО СССР (Радиофизик 1959, **2**, 4, 521.
97. T. J. Carroll, R. M. Ring, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 10, 1384.
98. T. J. Carroll, R. M. Ring, Onde électr., 1957, **37**, 362.
99. R. A. Silverman, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 10, 1253.
100. R. A. Silverman, J. Appl. Phys., 1956, **27**, 7, 669.
101. H. G. Booker, W. E. Gordon, Proc. I. R. E., 1957, **45**, 9, 1233.
102. Н. Г. Денисов, Изв. вузов МВО СССР (Радиофизика), 1958, **1**, 5—6, 41.
103. Ф. Г. Басс, Э. А. Каннер, Изв. вузов МВО СССР (Радиофизика), 19 2, 553.

. A. T. Waterman, Proc. I. R. E., 1958, **46**, 11, 1842.
. J. Feinstein, J. Appl. Phys., 1951, **22**, 10, 1292.
. J. A. Saxston, Proc. I. E. E., 1951, **98**, 5, 360.
. В. Н. Троицкий, Радиотехника, 1956, **11**, 5, 3.
. R. Schünemann, Hochfrequenztechn. und Elektroakust., 1957, **66**, 2, 52; 1958, **67**, 6.
. А. М. Бреховских, Волны в слоистых средах, Изд. АН СССР, 1957.
. H. T. Friis, A. B. Crowford, D. C. Hogg, Bell System Techn. J., 1957, **36**, 627.
. F. du Castel, P. Misme, J. Voge, Ann. télécommuns, 1958, **13**, 7—8, 207.
. F. du Castel, P. Misme, J. Voge, Ann. télécommuns, 1958, **13**, 9—10, 265.
. F. du Castel, P. Misme, J. Voge, Ann. télécommuns, 1959, **14**, 1—2, 35.
. Л. М. Пономаренко, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, 6, 930.
. В. А. Фок, Изв. АН СССР, Сер. физ., 1959, **14**, 1, 70.
. F. H. Northover, Canad. J. Phys., 1955, **33**, 5, 241.
. F. H. Northover, Canad. J. Phys., 1955, **33**, 6, 316, 347.
. E. D. Denman, Proc. I. R. E., 1960, **48**, 1, 112.
. F. du Castell, P. Misme, A. Pizzichino, I. Voge, Ann. télécommuns, 1960, **15**, 1—2, 38.

Поступила в редакцию
27 VII 1960

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НАД ГИРОТРОПНОЙ СРЕДОЙ

М. Д. Хаскинд

Рассмотрена плоская граница раздела между пустотой и однородной поглощающей анизотропной средой и исследовано электромагнитное поле над этой средой в пустоте, возбуждаемое заданными источниками.

Для решения задачи приняты обобщенные граничные условия, на основе которых производится анализ распространения электромагнитных волн, образующихся от элементарных электрических и магнитных излучателей. Наибольшее внимание уделяется поперечно-подмагничиваемым плазме и ферриту. В этом случае определение полей осуществляется в эффективной форме, позволяющей весьма просто найти отражательные формулы и функции ослабления при различных поляризациях. Полученные результаты имеют, в частности, значение при анализе распространения радиоволн вблизи гиротропной ионосферы.

1. ОСНОВНЫЕ ОТНОШЕНИЯ

Пусть мы имеем однородную поглощающую анизотропную среду, для которой комплексные диэлектрический и магнитный тензоры представлены в общем виде:

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}, \quad \hat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & \mu_{33} \end{pmatrix}.$$

Во всем дальнейшем зависимость от времени учитываем при помощи экспоненциально-временного множителя $\exp i\omega t$, опускаемого ради сокращений, и используем практическую рационализированную систему единиц, причем ε_0 и μ_0 — проницаемости пустоты, а штрихованные обозначения ε'_{pq} и μ'_{pq} относятся к относительным проницаемостям. Ось z направляем по внешней нормали к границе анизотропной среды, а плоскость xy располагаем на этой границе.

В поглощающую среду электромагнитное поле проникает на небольшую глубину и поэтому для касательных составляющих напряженности электромагнитного поля на границе раздела можно принять те же соотношения, что и для плоских волн, распространяющихся в анизотропной среде по нормали от границы раздела. Конкретный вид этих соотношений нетрудно установить, хотя для этого требуется выполнить ряд кропотливых вычислений при помощи общих уравнений электромагнитного поля в анизотропной среде применительно к плоским волнам, распространяющимся вдоль отрицательного направления оси z. Опустив эти выкладки, исходим из следующих приближенных граничных условий при определении электромагнитного поля в пустоте над поглощающей анизотропной средой *:

$$E_x = -\rho_0 (\rho_{11} H_x + \rho_{12} H_y), \quad E_y = -\rho_0 (\rho_{21} H_x + \rho_{22} H_y) \quad \text{при } z = 0$$

($\rho_0 = (\mu_0 / \varepsilon_0)^{1/2} = 120\pi$ *ом*), где безразмерные коэффициенты ρ_{pq} опре-

* Общий вид этих условий приведен в [1].

ются в виде

$$\rho_{11} = \frac{\alpha_{11}(\mu)\, n_1 n_2 - \alpha_{22}(\varepsilon)\,\beta(\mu)}{n_1 n_2 (n_1 + n_2)}, \quad \rho_{12} = \frac{\alpha_{12}(\mu)\, n_1 n_2 - \alpha_{12}(\varepsilon)\,\beta(\mu)}{n_1 n_2 (n_1 + n_2)},$$

$$\rho_{21} = -\frac{\alpha_{21}(\mu)\, n_1 n_2 - \alpha_{21}(\varepsilon)\,\beta(\mu)}{n_1 n_2 (n_1 + n_2)}, \quad \rho_{22} = -\frac{\alpha_{22}(\mu)\, n_1 n_2 - \alpha_{11}(\varepsilon)\,\beta(\mu)}{n_1 n_2 (n_1 + n_2)}. \tag{3}$$

десь n_1 и n_2 — комплексные коэффициенты преломления необыкновенной и обыкновенной волн:

$$n^4 - \gamma n^2 + \beta(\varepsilon)\,\beta(\mu) = 0, \quad n^2_{1,2} = \frac{1}{2}\left(\gamma \pm (\gamma^2 - 4\beta(\varepsilon)\,\beta(\mu))^{1/2}\right)$$

$$(n_{1,2} = n_{1,2r} - i n_{1,2i}, \quad n_{1,2i} > 0). \tag{4}$$

ля сокращения приняты обозначения ($a = \varepsilon$ или μ):

$$\alpha_{11}(a) = a'_{21} - \frac{a_{31}}{a_{33}} a'_{23}, \quad \alpha_{12}(a) = a'_{22} - \frac{a_{32}}{a_{33}} a'_{23}, \quad \alpha_{21}(a) = a'_{11} - \frac{a_{31}}{a_{33}} a'_{13},$$

$$\alpha_{22}(a) = a'_{12} - \frac{a_{32}}{a_{33}} a'_{13}, \quad \beta(a) = \alpha_{11}(a)\,\alpha_{22}(a) - \alpha_{12}(a)\,\alpha_{21}(a), \tag{5}$$

$$\gamma = \alpha_{12}(\mu)\,\alpha_{21}(\varepsilon) + \alpha_{21}(\mu)\,\alpha_{12}(\varepsilon) - \alpha_{11}(\mu)\,\alpha_{11}(\varepsilon) - \alpha_{22}(\mu)\,\alpha_{22}(\varepsilon).$$

Коэффициенты ρ_{pq} можно представить в несколько иной форме. Например, в силу соотношения $n_1^2 n_2^2 = \beta(\varepsilon)\,\beta(\mu)$ для ρ_{11} имеем

$$\rho_{11} = \frac{\alpha_{11}(\mu)\,\beta(\varepsilon) - \alpha_{22}(\varepsilon)\, n_1 n_2}{\beta(\varepsilon)(n_1 + n_2)}. \tag{6}$$

В частном случае изотропной поглощающей среды получаем

$$n_1 = n_2 = (\varepsilon'\mu')^{1/2}, \quad \rho_{11} = \rho_{22} = 0, \quad \rho_{12} = -\rho_{21} = \left(\frac{\mu'}{\varepsilon'}\right)^{1/2}. \tag{7}$$

огда соотношения (2) приводят к граничным условиям Леонтовича. ак же как и условия Леонтовича граничные условия (2) справедливы ри бо́льших по модулю коэффициентах преломления по сравнению с единицей ($|n_{1,2}| \gg 1$), однако точная оценка относительно орядка пренебрегаемых степеней еличин $1/n_{1,2}$ здесь более затруднительна, чем для изотропной реды.

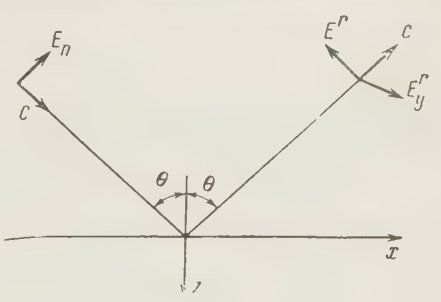


Рис. 1

Приближенные граничные усовия (2) полезны уже тем, что з них сразу вытекают характерные особенности отражения плоских волн, а именно, падающие а анизотропную поверхность инейно-поляризованные плоские волны приобретают при отражении поперечную эллиптическую поляризацию. В самом деле, пусть на анизотропную поверхность падают **E**-поляризованные волны (рис. 1):

$$E_n = e^{-ik\,(x \sin\theta + z\cos\theta)}, \tag{8}$$

де k — волновое число и θ — угол падения, причем для удобства ось z направлена внутрь анизотропной среды и поэтому в правых частях условий (2) необходимо знак изменить на противоположный. Очевидно, что ля отраженной волны имеем две взаимно-перпендикулярные поперечные оставляющие

$$E^r = R_e^{(1)} e^{-ik(x\sin\theta - z\cos\theta)}, \quad E^r_y = R_e^{(2)} e^{-ik(x\sin\theta - z\cos\theta)}, \tag{9}$$

где $R_e^{(1)}$ и $R_e^{(2)}$ — коэффициенты отражения по электрическому полю. Воспользовавшись известными соотношениями между **E** и **H** в плоской волне и условиями (2), легко установить

$$R_e^{(1)} = \frac{(\cos\theta - \rho_{12})(1 - \rho_{21}\cos\theta) - \rho_{11}\rho_{22}\cos\theta}{(\rho_{12} + \cos\theta)(1 - \rho_{21}\cos\theta) + \rho_{11}\rho_{22}\cos\theta}, \tag{10}$$

$$R_e^{(2)} = \frac{2\rho_{22}\cos\theta}{(\rho_{12} + \cos\theta)(1 - \rho_{21}\cos\theta) + \rho_{11}\rho_{22}\cos\theta}.$$

Точно так же при падении **H**-поляризованных волн (рис. 2)

$$E_{ny} = e^{-ik(x\sin\theta + z\cos\theta)}, \quad E_y^r = R_m^{(1)} e^{-ik(x\sin\theta - z\cos\theta)}, \tag{11}$$

$$E^r = R_m^{(2)} e^{-ik(x\sin\theta - z\cos\theta)}$$

получаем подобные выражения для коэффициентов отражения

$$R_m^{(1)} = \frac{\rho_{11}\rho_{22}\cos\theta - (1 + \rho_{21}\cos\theta)(\rho_{12} + \cos\theta)}{(\rho_{12} + \cos\theta)(1 - \rho_{21}\cos\theta) + \rho_{11}\rho_{22}\cos\theta}, \tag{12}$$

$$R_m^{(2)} = \frac{2\rho_{11}\cos\theta}{(\rho_{12} + \cos\theta)(1 - \rho_{21}\cos\theta) + \rho_{11}\rho_{22}\cos\theta}.$$

Отсюда, в частности, становится ясным, по крайней мере с качественной стороны, известное из практики свойство распространения длинных радиоволн, которые, отражаясь от ионосферы, приобретают эллиптическую поляризацию.

Приведем значения коэффициентов ρ_{pq} для гиротропной электронной плазмы. При поперечном подмагничивании плазмы диэлектрический тензор $\hat{\varepsilon}'_z$ определяется в форме [2]

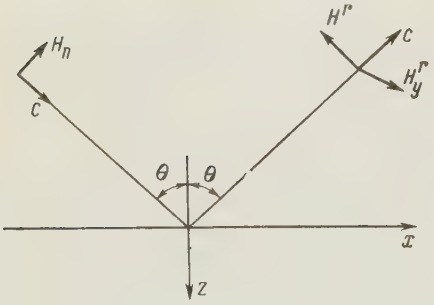


Рис. 2

$$\hat{\varepsilon}'_z = \begin{pmatrix} \xi & i\eta & 0 \\ -i\eta & \xi & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon'_e \end{pmatrix}, \tag{13}$$

$$\xi = 1 + \frac{q^2(1 - is)}{\sigma^2 - (1 - is)^2}, \quad \eta = \frac{\sigma q^2}{\sigma^2 - (1 - is)^2},$$

$$\varepsilon'_e = 1 - \frac{q^2}{1 - is}, \quad s = \frac{\nu}{\omega}, \quad \sigma = \frac{\omega_H}{\omega},$$

$$q = \frac{\omega_p}{\omega}, \quad \omega_p^2 = \frac{Ne^2}{m_e\varepsilon_0}, \quad \omega_H = \frac{eB_0}{m_e}.$$

Здесь e и m_e — заряд и масса электрона; $B_0 = \mu_0 H_0$ — индукция подмагничивающего поля; ν — число столкновений электрона с тяжелыми частицами за единицу времени; ω_p — плазменная частота; ω_H — гиромагнитная частота; N — концентрация свободных электронов. Принимая для плазмы $\mu'_{pq} = \delta_{pq}$, где δ_{pq} — единичный тензор, и пользуясь формулами (3) — (5), получаем

$$\rho_{11} = \rho_{22} = \frac{i}{2}\left(\frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_1}\right) = g, \quad \rho_{12} = -\rho_{21} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_1}\right) = r,$$

$$n_1^2 = \xi + \eta, \quad n_2^2 = \xi - \eta. \tag{14}$$

Коэффициенты отражения приобретают следующий вид:

$$R_e^{(1)} = \frac{\cos^2\theta - \left(r - \frac{1}{r} + \frac{g^2}{r}\right)\cos\theta - 1}{\cos^2\theta + \left(r + \frac{1}{r} + \frac{g^2}{r}\right)\cos\theta + 1},$$

$$R_m^{(1)} = -\frac{\cos^2\theta + \left(r - \frac{1}{r} + \frac{g^2}{r}\right)\cos\theta - 1}{\cos^2\theta + \left(r + \frac{1}{r} + \frac{g^2}{r}\right)\cos\theta + 1}, \tag{15}$$

$$R_e^{(2)} = R_m^{(2)} = \frac{2\frac{g}{r}\cos\theta}{\cos^2\theta + \left(r + \frac{1}{r} + \frac{g^2}{r}\right)\cos\theta + 1}.$$

Пусть теперь имеем продольно-подмагничиваемую плазму в направлении оси x:

$$\hat{\varepsilon}'_x = \begin{pmatrix} \varepsilon'_e & 0 & 0 \\ 0 & \xi & i\eta \\ 0 & -i\eta & \xi \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Тогда из выражений (3) — (5), (10) и (12) находим

$$\rho_{11} = \rho_{22} = 0, \quad \rho_{12} = \frac{1}{n_2} = \rho_1, \quad \rho_{21} = -\frac{1}{n_1} = -\rho_2, \quad n_1^2 = \frac{\xi^2 - \eta^2}{\xi}, \quad n_2^2 = \varepsilon'_e, \tag{17}$$

$$R_e^{(1)} = \frac{\cos\theta - \rho_1}{\cos\theta + \rho_1}, \quad R_m^{(1)} = \frac{\rho_2\cos\theta - 1}{\rho_2\cos\theta + 1}, \quad R_e^{(2)} = R_m^{(2)} = 0. \tag{18}$$

Применительно к ионосферному слою D следует учесть некоторую изотропную роль ионов в этом слое, что приводит к замене ξ на $\xi_0 = \xi + \varepsilon'_i$ при поперечном подмагничивании, где ε'_i — относительная комплексная диэлектрическая проницаемость, обусловленная ионной частью слоя D, а при продольном подмагничивании

$$n_1^2 = \xi - \frac{\eta^2}{\xi} + \varepsilon'_i, \quad n_2^2 = \varepsilon'_e + \varepsilon'_i.$$

Аналогичные соотношения имеют место для гиротропного феррита. В самом деле, при поперечном подмагничивании феррита магнитный тензор $\hat{\mu}'_z$ определяется в таком же виде, как и $\hat{\varepsilon}'_z$, т. е.

$$\hat{\mu}'_z = \begin{pmatrix} \xi_1 & i\eta_1 & 0 \\ -i\eta_1 & \xi_1 & 0 \\ 0 & 0 & \mu' \end{pmatrix}, \tag{19}$$

где значения ξ_1 и η_1 с учетом поглощения приведены в [3]. Из формул (3) — (5) получим

$$\rho_{11} = \rho_{22} = -\frac{i}{2\varepsilon'}(n_1 - n_2) = g, \quad \rho_{12} = -\rho_{21} = \frac{1}{2\varepsilon'}(n_1 + n_2) = r, \tag{20}$$

$$n_1^2 = \varepsilon'(\xi_1 + \eta_1), \quad n_2^2 = \varepsilon'(\xi_1 - \eta_1).$$

При продольном же подмагничивании феррита вдоль оси x будем иметь

$$\rho_{11} = \rho_{22} = 0, \quad \rho_{12} = \frac{n_1}{\varepsilon'} = \rho_1, \quad \rho_{21} = -\frac{n_2}{\varepsilon'} = -\rho_2, \tag{21}$$

$$n_1^2 = \frac{\varepsilon'}{\xi}(\xi_1^2 - \eta_1^2), \quad n_2^2 = \varepsilon'\mu'.$$

2. ПОЛЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

Для определения возбуждаемого электромагнитного поля над гиротропной поверхностью воспользуемся электрическим и магнитным векторами Герца Π_e и Π_m:

$$\mathbf{E} = \operatorname{grad}\operatorname{div}\Pi_e + k^2\Pi_e - ik\rho_0 \operatorname{rot}\Pi_m,$$

$$\mathbf{H} = \operatorname{grad}\operatorname{div}\Pi_m + k^2\Pi_m + \frac{ik}{\rho_0}\operatorname{rot}\Pi_e. \tag{2}$$

Положим, что излучатели ориентированы вдоль осей x и z ($\Pi_{ey} = \Pi_{my} = 0$) и рассмотрим в отдельности поперечное и продольное подмагничивания. В первом случае граничные условия (2) с учетом (14) и (20) принимают вид

$$E_x = -\rho_0(gH_x + rH_y), \quad E_y = \rho_0(rH_x - gH_y) \quad \text{при } z = 0. \tag{23}$$

Результат подстановки (22) в (23) приводит при $z = 0$ к соотношениям

$$M_1\Pi_{ez} = -\frac{\partial\Pi_{ex}}{\partial x} - ik\rho_0 s_0\Pi_{mz}, \quad M_2\Pi_{mz} = -\frac{\partial\Pi_{mx}}{\partial x} - \frac{ik}{\rho_0}s_0\Pi_{ez}, \tag{24}$$

$$M_2\Pi_{ex} = ik\rho_0 s_0\Pi_{mx}, \quad M_1\Pi_{mx} = \frac{ik}{\rho_0}s_0\Pi_{ex} \quad \left(s_0 = \frac{g}{r}\right), \tag{25}$$

где M_1 и M_2 — дифференциальные операторы:

$$M_1 = \frac{\partial}{\partial z} - ik\left(r + \frac{g^2}{r}\right), \quad M_2 = \frac{\partial}{\partial z} - \frac{ik}{r}. \tag{26}$$

Во втором же случае условия (2) на основании (17) и (21) по внешнему виду являются более простыми:

$$E_x = -\rho_0\rho_1 H_y, \qquad E_y = \rho_0\rho_2 H_x \quad \text{при } z = 0. \tag{27}$$

Однако после подстановки (22) в (27) получим при $z = 0$ следующие равенства:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\Pi_{ex}}{\partial x} + \frac{\partial\Pi_{ez}}{\partial z} - ik\rho_1\Pi_{ez}\right) = -\rho_0\rho_1\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\Pi_{mx}}{\partial x} + \frac{\partial\Pi_{mz}}{\partial z} - \frac{ik}{\rho_1}\Pi_{mz}\right), \tag{28}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\Pi_{ex}}{\partial x} + \frac{\partial\Pi_{ez}}{\partial z} - ik\rho_2\Pi_{ez}\right) = \rho_0\rho_2\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\Pi_{mx}}{\partial x} + \frac{\partial\Pi_{mz}}{\partial z} - \frac{ik}{\rho_2}\Pi_{mz}\right), \tag{29}$$

$$\frac{\partial\Pi_{ex}}{\partial z} - \frac{ik}{\rho_1}\Pi_{ex} = 0, \quad \frac{\partial\Pi_{mx}}{\partial z} - ik\rho_2\Pi_{mx} = 0. \tag{30}$$

Несмотря на то, что по внешнему виду граничные условия (27) проще условий (23), тем не менее определение поля при продольном подмагничивании осуществляется более сложно, чем при поперечном подмагничивании. В дальнейшем изложении мы рассмотрим только нормальное подмагничивание. Что же касается продольного подмагничивания или же самого общего случая, то здесь уместны стандартные приемы, использующие формулу Зоммерфельда разложения сферической волны с последующим анализом кратных интегралов.

Рассмотрим вначале поперечный электрический излучатель, полагая

$$\Pi_{ez}^{(1)} = \frac{e^{-ikr_1}}{r_1} - \frac{e^{-ikr_2}}{r_2} + \varphi_e,$$

$$\Pi_{mz}^{(1)} \neq 0, \quad \Pi_{ex}^{(1)} = \Pi_{mx}^{(1)} = 0, \tag{31}$$

$$r_1 = (r_0^2 + (z - z_0)^2)^{1/2}, \quad r_2 = (r_0^2 + (z + z_0)^1)^{1/2}, \quad r_0^2 = x^2 + y^2,$$

где r_1 и r_2 — расстояние между точкой $B(x, y, z)$ и точками $A(0, 0, z$

$A^*(0, 0, -z_0)$ (рис. 3), а функции φ_e и $\Pi^{(1)}_{mz}$ удовлетворяют волновому уравнению и регулярны при всех $z \geqslant 0$.

Из условий (24) получаем соотношения

$$M_1\varphi_e = -ik\rho_0 s_0 \Pi^{(1)}_{mz} + 2\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{e^{-ikr_2}}{r_2}\right), \quad M_2\Pi^{(1)}_{mz} = -\frac{ik}{\rho_0} s_0\varphi_e, \tag{32}$$

которые в силу регулярности справедливы уже во всем пространстве, поэтому после исключения функции φ_e найдем

$$M\Pi^{(1)}_{mz} = -\frac{2}{\rho_0} iks_0 \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{e^{-ikr_2}}{r_2}\right),$$

$$M = M_1M_2 - (iks_0)^2 =$$

$$= \left(\frac{\partial}{\partial z} - ikp_1\right)\left(\frac{\partial}{\partial z} - ikp_2\right), \tag{33}$$

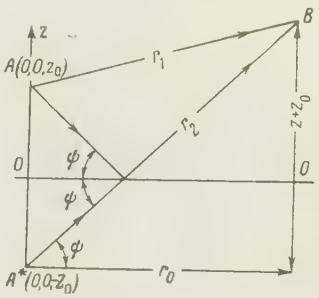


Рис. 3

где p_1 и p_2 — корни характеристического уравнения

$$p^2 - \left(r + \frac{1}{r} + \frac{g^2}{r}\right)p + 1 = 0;$$

$$p_{1,2} = \frac{1}{2}\left[r + \frac{1}{r} + \frac{g^2}{r} \pm \left(\left(r + \frac{1}{r} + \frac{g^2}{r}\right)^2 - 4\right)^{1/2}\right]. \tag{34}$$

Вследствие поглощения p_1 и p_2 всегда являются комплексными величинами. Как показано в [4] (см. также [2, 5]), чтобы избежать появления свободных решений, необходимо осуществить аналитическое продолжение уравнения (33) на комплексную плоскость $z = z_r + iz_i$, после его полное решение этого уравнения, удовлетворяющее волновому уравнению, определяется при помощи контурных интегралов

$$\Pi^{(1)}_{mz} = -\frac{2s_0ik}{\rho_0(p_1 - p_2)}\left(p_1e^{ikp_1z}\int_{\pm i\infty}^{z}\frac{e^{-ik(p_1\zeta + r_2')}}{r_2'}d\zeta - p_2e^{ikp_2z}\int_{\pm i\infty}^{z}\frac{e^{-ik(p_2\zeta + r_2')}}{r_2'}d\zeta\right) \tag{35}$$

$r_2' = (r_0^2 + (\zeta + z_0)^2)^{1/2}$), где здесь и в дальнейшем при $\mathrm{Re}\, p_{1,2} < 0$ нижний предел интегрирования равен $i\infty$, а при $\mathrm{Re}\, p_{1,2} > 0$ следует взять $-i\infty$.

Используя теперь второе из соотношений (32), а также (31), находим

$$\Pi^{(1)}_{ez} = \frac{e^{-ikr_1}}{r_1} + \frac{e^{-ikr_2}}{r_2} + \frac{2}{p_1 - p_2}\left(ikp_1\left(p_1 - \frac{1}{r}\right)e^{ikp_1z}\int_{\pm i\infty}^{z}\frac{e^{-ik(p_1\zeta + r_2')}}{r_2'}d\zeta - \right.$$

$$\left. - ikp_2\left(p_2 - \frac{1}{r}\right)e^{ikp_2z}\int_{\pm i\infty}^{z}\frac{e^{-ik(p_2\zeta + r_2')}}{r_2'}d\zeta\right). \tag{36}$$

Пусть теперь имеем поперечный магнитный излучатель, для которого примем

$$\Pi^{(2)}_{ez} \neq 0, \quad \Pi^{(2)}_{mz} = \frac{e^{-ikr_1}}{r_1} - \frac{e^{-ikr_2}}{r_2} + \varphi_m,$$

$$\Pi^{(2)}_{ex} = \Pi^{(2)}_{mx} = 0, \tag{37}$$

где $\Pi^{(2)}_{ez}$ и φ_m — регулярные функции при всех $z \geqslant 0$, удовлетворяющие волновому уравнению. Условия (24) приводят к уравнениям

$$M\Pi^{(2)}_{ez} = -2ik\rho_0 s_0 \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{e^{-ikr_2}}{r_2}\right)$$

$$M_1\Pi^{(2)}_{ez} = -ik\rho_0 s_0\varphi_m, \tag{38}$$

из которых найдем

$$\Pi_{ez}^{(2)} = \rho_0^2 \Pi_{mz}^{(1)},\ \Pi_{mz}^{(2)} = \frac{e^{-ikr_1}}{r_1} + \frac{e^{-ikr_2}}{r_2} +$$

$$- \frac{2ik}{p_1 - p_2}\left(p_1\left(p_1 - r - \frac{g^2}{r}\right)e^{ikp_1 z}\int\limits_{\pm i\infty}^{z}\frac{e^{-ik(p_1\zeta + r_2')}}{r_2'}\,d\zeta - \right.$$

$$\left. - p_2\left(p_2 - r - \frac{g^2}{r}\right)e^{ikp_2 z}\int\limits_{\pm i\infty}^{z}\frac{e^{-ik(p_2\zeta + r_2')}}{r_2'}\,d\zeta\right). \qquad (39)$$

Точно таким же путем определяются поля продольных электрических и магнитных излучателей, и мы имеем следующие соотношения:

$$\Pi_{ex}^{(3)} = \Pi_{mz}^{(2)},\quad \Pi_{mx}^{(3)} = -\Pi_{mz}^{(1)},\quad \Pi_{ez}^{(3)} = -\frac{\rho_0}{iks_0}\frac{\partial \Pi_{mx}^{(3)}}{\partial x},\quad \Pi_{mz}^{(3)} = 0, \qquad (40)$$

$$\Pi_{ex}^{(4)} = -\Pi_{ez}^{(2)},\quad \Pi_{mx}^{(4)} = \Pi_{ez}^{(1)},\quad \Pi_{ez}^{(4)} = 0,\quad \Pi_{mz}^{(4)} = -\frac{1}{ik\rho_0 s_0}\frac{\partial \Pi_{ex}^{(4)}}{\partial x}, \qquad (41)$$

где $\mathbf{\Pi}_e^{(3)}$, $\mathbf{\Pi}_m^{(3)}$ и $\mathbf{\Pi}_e^{(4)}$, $\mathbf{\Pi}_m^{(4)}$ векторы Герца соответственно электрического и магнитного продольных излучателей.

При окончательном использовании полученных формул следует учесть, что для плазмы r и g являются малыми величинами и ими определяется порядок точности граничных условий (23). В то же время из (14) и (34) легко установить

$$p_{1,2} = \frac{1 + n_1 n_2\left(1 \pm \left(\left(1 - \frac{1}{n_1^2}\right)\left(1 - \frac{1}{n_2^2}\right)\right)^{1/2}\right)}{n_1 + n_2}. \qquad (42)$$

Отсюда видно, что p_1 содержит порядки больших по модулю величин n_1 и n_2, а p_2 имеет тот же порядок малости, что и величины r и g. Поэтому, чтобы сохранить в формулах (35), (36), (39), (40) и (41) ту же точность, что и в граничных условиях (23), необходимо при больших $|p_1|$ исходить из разложения

$$-ikp_1\int\limits_{\pm i\infty}^{z} e^{-ikp_1(\zeta - z)}U(r_0,\ \zeta)\,d\zeta = U(r_0,\ z) + \frac{1}{ikp_1}\frac{\partial U}{\partial z} + \ldots. \qquad (43)$$

3. ОТРАЖАТЕЛЬНЫЕ ФОРМУЛЫ И ФУНКЦИИ ОСЛАБЛЕНИЯ

Определенные интегралы, входящие в формулы (35), (36) и (39) для векторов Герца,— того же вида, что и в частном случае распространения радиоволн над полупроводящей Землей. Это позволяет применить те же приближенные методы анализа распространения радиоволн [2] для получения отражательных формул и функций ослабления в данной задаче. С этой целью рассмотрим интеграл

$$F = ikpe^{ikpz}\int\limits_{\pm i\infty}^{z}\frac{e^{-ik(p\zeta + r_2')}}{r_2'}\,d\zeta. \qquad (44)$$

Осуществляя в (44) замену переменных $\zeta - z = \tau$, получим

$$F = ikp\int\limits_{\pm i\infty}^{0}\frac{e^{-ik(p\tau + r_2')}}{r_2'}\,d\tau, \qquad (45)$$

ие в соответствии с рис. 3 для r_2' имеем

$$(r_2')^2 = r_2^2 + 2r_2\tau\sin\psi + \tau^2 \quad \left(\psi = \frac{\pi}{2} - \theta\right).$$

Подынтегральное выражение в (45) экспоненциально затухает при $\to \pm i\infty$.. Поэтому для приближенного вычисления (45) можно положить

$$r_2' \simeq r_2 + \tau\sin\psi + \frac{\tau^2}{2r_2}\cos^2\psi,$$

после этого для F получаем

$$F \simeq ikp\,\frac{e^{-ikr_2}}{r_2}\int\limits_{\pm i\infty}^{0} e^{-ik((p+\sin\psi)\tau+\cos^2\psi(\tau^2/2r_2))}d\tau. \tag{46}$$

В случае значительно поднятых корреспондирующих пунктов примем $\cos^2\psi \simeq 0$ и тогда из (46) находим

$$F \simeq -\frac{p}{p+\sin\psi}\,\frac{e^{-ikr_2}}{r_2}. \tag{47}$$

то выражение превращает (35), (36) и (39) в отражательные формулы

$$\Pi_{ez}^{(1)} = \frac{e^{-ikr_1}}{r_1} + R_e^{(1)}\,\frac{e^{-ikr_2}}{r_2}, \quad \Pi_{mz}^{(1)} = \frac{1}{\rho_0}\,R_e^{(2)}\,\frac{e^{-ikr_2}}{r_2},$$

$$\Pi_{mz}^{(2)} = \frac{e^{-ikr_1}}{r_1} + R_m^{(1)}\,\frac{e^{-ikr_2}}{r_2}, \quad \Pi_{ez}^{(2)} = \rho_0 R_m^{(2)}\,\frac{e^{-ikr_2}}{r_2}, \tag{48}$$

ие коэффициенты отражения определяются соотношениями (15).

Рассмотрим теперь другой предельный случай, когда $\cos^2\psi = 1$, т. е. $= z_0 = 0$, $\sin\psi = 0$, $r_1 = r_2 = r_0$. Положив

$$U = (-ik)^{1/2}\left(\frac{\tau}{(2r_0)^{1/2}} + \left(\frac{r_0}{2}\right)^{1/2} p\right),$$

реобразуем (46) к виду

$$F = L(x)\,\frac{e^{-ikr_0}}{r_0}, \qquad L(x) = -2x^{1/2}e^{-x}\int\limits_{\pm i\infty}^{x^{1/2}} e^{U^2}dU, \quad x = -\frac{i}{2}\,p^2kr_0. \tag{49}$$

одставим (49) в (35), (36) и (39) (разделив предварительно на 2), огда найдем

$$\Pi_{ez}^{(1)} = \frac{e^{-ikr_0}}{r_0}V_e^{(1)}, \quad \Pi_{mz}^{(1)} = \frac{e^{-ikr_0}}{\rho_0 r_0}V_e^{(2)},$$

$$\Pi_{mz}^{(2)} = \frac{e^{-ikr_0}}{r_0}V_m^{(1)}, \quad \Pi_{ez}^{(2)} = \rho_0\,\frac{e^{-ikr_0}}{r_0}V_m^{(2)}, \tag{50}$$

де V_e и V_m — функции ослабления, определяемые формулами

$$V_e^{(1)} = 1 + \frac{1}{p_1 - p_2}\left(\left(p_1 - \frac{1}{r}\right)L(x_1) - \left(p_2 - \frac{1}{r}\right)L(x_2)\right),$$

$$V_e^{(2)} = V_m^{(2)} = -\frac{s_0}{p_1 - p_2}\left(L(x_1) - L(x_2)\right) \qquad (x_{1,2} = x(p_{1,2})), \tag{51}$$

$$V_m^{(1)} = 1 + \frac{1}{p_1 - p_2}\left(\left(p_1 - r - \frac{g^2}{r}\right)L(x_1) - \left(p_2 - r - \frac{g^2}{r}\right)L(x_2)\right).$$

десь безразмерные величины $x_{1,2}$ можно рассматривать как «численые» расстояния в гиротропном случае.

Если $|x_{1,2}| \gg 1$, то интегрированием по частям легко установить

$$-L(x) = 1 + \frac{1}{2x} + \frac{3}{4x^2} + \ldots .$$

В этом случае получаем следующую асимптотику:

$$V_e^{(1)} = -\frac{1+g^2}{x_0 r^2}, \qquad V_e^{(2)} = V_m^{(2)} = -\frac{g(g^2+r^2+1)}{x_0 r^2}, \tag{52}$$

$$V_m^{(1)} = \frac{1-(g^2+r^2)(g^2+r^2+1)}{x_0 r^2} \qquad (x_0 = -ikr_0),$$

которая показывает, что в гиротропном случае напряженность поля убывает как r_0^{-2}, т. е. так же, как и для изотропной поглощающей поверхности. Отметим еще, что и в общем случае выражение (46) можно преобразовать к виду, подобному (49).

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, ГИФМЛ, 1959, стр. 397.
2. Я. Л. Альперт, В. Л. Гинзбург, Е. Л. Фейнберг, Распространение радиоволн, ГТТИ, 1953, стр. 326, 152—157.
3. Г. Сул, Л. Уокер, Вопросы волноводного распространения электромагнитных волн в гиротропных средах, перев. с англ., ИЛ, 1955, стр. 13.
4. Г. Д. Малюжинец, Об одном обобщении формулы Вейля для волнового поля над поглощающей плоскостью. Докл. АН СССР (новая серия), 1948, **60**, 367.
5. М. Д. Хаскинд, Возбуждение поверхностных электромагнитных волн в плоских диэлектрических покрытиях, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 188.

Поступила в редакцию
9 V 1960

АСИНХРОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В АВТОГЕНЕРАТОРЕ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ В ПЕРЕНАПРЯЖЕННОМ РЕЖИМЕ

А. Н. Бруевич

Рассмотрен перенапряженный режим в асинхронном автогенераторе с двумя степенями свободы. Считается, что перенапряженный режим получается по экранирующей сетке и на величину смещения не влияет. Выяснена зависимость амплитуды колебаний от параметров. Отмечена возможность скачков частоты при изменении резонансных сопротивлений контуров или коэффициентов обратной связи.

Показано, что на плоскости параметров за счет перенапряженного режима появляются новые области, в которых возможны одночастотные или двухчастотные колебания в зависимости от начальных условий.

ВВЕДЕНИЕ

Процессы, происходящие в асинхронных автогенераторах с двумя степенями свободы при наступлении перенапряженного режима, не изучены до настоящего времени. Автору удалось провести такое исследование при аппроксимации анодного и сеточного токов кусками прямых. В основу этого исследования положено рассмотренное в [1] формирование импульсов анодного тока лампы в перенапряженном режиме из остроконечных импульсов, что позволяет свести выражение для средней крутизны анодного тока в перенапряженном режиме к алгебраической сумме средних крутизн остроконечных импульсов, подробно исследованных в [2]. Данная работа является продолжением [2] и позволяет изучить те области плоскости параметров (плоскости амплитуд, о которых в [2] сказано, что они относятся к перенапряженному режиму. При этом отмечен ряд новых явлений.

1. СРЕДНЯЯ КРУТИЗНА ПЕРЕНАПРЯЖЕННОГО РЕЖИМА

Исходными уравнениями являются уравнения для медленно меняющихся амплитуд и уравнение для цепи безынерционного автоматического смещения, которые имеют вид (все обозначения те же, что и в [2])

$$T_i \frac{dU_i}{dt} + U_i = R_i I_{2-i,\,i-1}, \qquad i = 1, 2,$$
$$E_c = -I_{c00} R_c. \tag{1}$$

Рассмотрим вывод зависимости первой гармоники анодного тока по частоте i-го контура $I_{2-i,\,i-1}$ от амплитуд на сетке U_i и напряжения смещения E_c, воспользовавшись для этого методом двойных рядов Фурье.

Полное напряжение на сетке и на аноде лампы можно представить в виде

$$e_c = E_c + U_1 \cos \omega_1 t + U_2 \cos \omega_2 t = E_c + U_1 \cos \tau_1 + U_2 \cos \tau_2,$$
$$e_a = E_a - U_{a1} \cos \tau_1 - U_{a2} \cos \tau_2. \tag{2}$$

Считая одно из напряжений (например на втором контуре) неизменным, получаем для напряжений на сетке и на аноде

$$e_c = E_{c1} + U_1 \cos \tau_1, \quad e_a = E_{a1} - U_{a1} \cos \tau_1, \tag{3}$$

где пока фиксированы

$$E_{c1} = E_c + U_2 \cos\tau_2, \quad E_{a1} = E_a - U_{a2}\cos\tau_2. \qquad (4)$$

Формирование импульса анодного тока при действии на сетке и аноде лампы напряжений вида (3) подробно рассмотрено в [1]. Отметим лишь, что этот импульс имеет вид, показанный на рис. 1 (жирная линия). На рис. 1 нетрудно видеть, что импульс можно «построить» из четырех остроконечных импульсов.

В соответствии с этим аналитическое выражение для амплитуды n-й гармоники анодного тока имеет вид

$$I_n = S(U_1 - DU_{a1})\gamma_n(\theta_0) - S(U_1 - DU_{a1})\gamma_n(\theta_1) - S_к U_{a1}\gamma_n(\theta_1) + S_к U_{a1}\gamma_n(\theta_2) \qquad (5)$$

Здесь, как и в [1], S — крутизна характеристики анодного тока; $S_к$ — крутизна линии критического режима; $\gamma_n(\theta)$ — коэффициент разложения n-й гармоники для остроконечного импульса.

Если в соответствии с [1] обозначить $S_к/S = \nu + D$ и вспомнить, что для автогенератора напряжения на сетке и на аноде лампы связаны через коэффициент трансформации k ($k = U_{a1}/U$ — величина, обратная коэффициенту обратной связи), то (5) можно представить в виде (для первой гармоники)

$$I_1 = SU_1[(1 - Dk)\gamma_1(\theta_0) - (1 + \nu k)\gamma_1(\theta_1) + \nu k\gamma_1(\theta_2)]. \qquad (6)$$

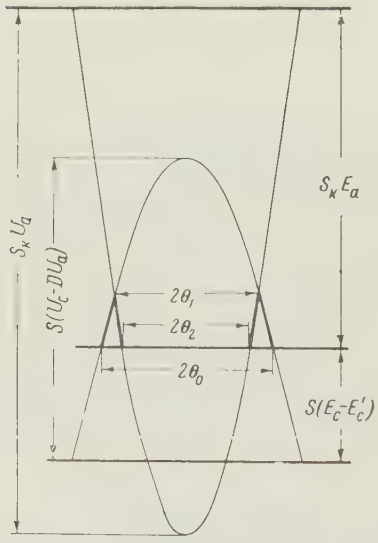


Рис. 1. Формирование импульса анодного тока в перенапряженном режиме

В [1] показано, что выражения для косинусов углов отсечки имеют вид

$$\cos\theta_0 = -\frac{E_{c1} - E_c'}{U_1 - DU_{a1}},$$

$$\cos\theta_1 = -\frac{E_{c1} - E_c' - (D + \nu)E_{a1}}{U_1 + \nu U_{a1}},$$

$$\cos\theta_2 = \frac{E_{a1}}{U_{a1}}. \qquad (7)$$

Теперь вспомним, что напряжения на сетке и на аноде лампы меняются с частотой второго контура (4). При этом все три угла отсечки становятся переменными во времени, а косинусы этих углов играют роль мгновенных безразмерных напряжений, действующих на коэффициенты разложения остроконечных импульсов анодного тока (эти коэффициенты для каждого из импульсов играют роль модуляционных характеристик). С учетом (4) выражения (7) для мгновенных значений косинусов угла отсечки можно привести к виду

$$\cos\theta_i = y_i - x_i\cos\tau_2, \quad i = 0, 1, 2, \qquad (8)$$

где обозначено

$$y_0 = -\frac{E_c - E_c'}{U_1(1 - Dk_1)}, \qquad x_0 = \frac{U_2(1 - Dk_2)}{U_1(1 - Dk_1)},$$

$$y_1 = -\frac{E_c - E_c' + (D + \nu)E_a}{U_1(1 + \nu k_1)}, \qquad x_1 = \frac{U_2(1 + \nu k_2)}{U_1(1 + \nu k_1)}, \qquad (9)$$

$$y_2 = \frac{\nu E_a}{\nu k_1 U_1}, \qquad x_2 = \frac{U_2}{U_1}\frac{\nu k_2}{\nu k_1}.$$

Выражения y_i и x_i, входящие в (8), представляют собой безразмерные щения и амплитуду напряжений, действующих на модуляционные актеристики остроконечных импульсов.

Теперь для получения I_{10} — гармоники анодного тока с частотой пер-о контура — надо усреднить выражение (6) по времени, учитывая, что ы отсечки согласно (8) меняются с частотой второго контура.

Вводя сразу среднюю крутизну S_{11}, равную отношению амплитуды вой гармоники к амплитуде соответствующего колебания, получаем

$$S_{11} = \frac{I_{10}}{SU_1(1-Dk_1)} = \overline{\gamma_1(\theta_0)} - \frac{1+\nu k}{1-Dk_1}\overline{\gamma_1(\theta_1)} + \frac{(D+\nu)k}{1-Dk_1}\overline{\gamma_1(\theta_2)}. \qquad (10)$$

Черта над коэффициентом разложения означает усреднение его по вре-ни τ_2. Первый индекс в выражении для средней крутизны S_{11} означает, это — средняя крутизна по частоте первого контура, а второй, что смотрен случай, когда $U_1 > U_2$. Если надо построить среднюю крутизну случая $U_2 > U_1$, т. е. S_{12}, то как и в [2] сначала усредним импульс одного тока по частоте второго контура (т. е. в (2) закрепим сначала на-яжение $U_1 \cos\tau_1$), а после этого будем выделять колебания с частотой рвого контура. Тогда получим

$$= \frac{I_{10}}{SU_1(1-Dk_1)} = \frac{1}{x_0}\widetilde{\gamma_0(\theta_0)} - \frac{1+\nu k_1}{1-Dk_1}\frac{1}{x_1}\widetilde{\gamma_0(\theta_1)} + \frac{(D+\nu)k_1}{1-Dk_1}\frac{1}{x_2}\widetilde{\gamma_0(\theta_2)}, \qquad (11)$$

волнистая черта над коэффициентом разложения означает выделение него первой гармоники по частоте первого контура. Выражения для новенных значений косинуса угла отсечки имеют тот же вид (8), а зна-ния безразмерного смещения y_i и амплитуды x_i получим из (9) переменой от индексов 1 и 2.

Как мы уже подчеркивали, $\gamma_n(\theta_i)$ — коэффициенты разложения для роконечного импульса, а усреднение и выделение первой гармоники та такого коэффициента разложения были проделаны в [2] при иссле-вании недонапряженного режима. В [2] показано, что

$$\overline{\gamma_1(\theta_i)} = S_{11}(x_i,\ y_i), \quad \widetilde{\gamma_0(\theta_i)} = S_{12}(x_i, y_i), \qquad (12)$$

$S_{11}(x_i,y_i)$, $S_{12}(x_i,\ y_i)$ — безразмерные средние крутизны недонапря-нного режима. Поэтому из (10) и (11) с учетом (12) получаем

$$S_{11} = S_{11}(x_0,\ y_0) - \frac{1+\nu k_1}{1-Dk_1}S_{11}(x_1,\ y_1) + \frac{(D+\nu)k_1}{1-Dk_1}S_{11}(x_2,\ y_2), \qquad (13)$$

$$S_{12} = S_{12}(x_0,\ y_0) - \frac{1+\nu k_1}{1-Dk_1}S_{12}(x_1,\ y_1) + \frac{(D+\nu)k_1}{1-Dk_1}S_{12}(x_2,\ y_2). \qquad (14)$$

Таким образом, средняя крутизна перенапряженного режима есть нейная комбинация средних крутизн недонапряженного режима от зличных аргументов. Это является следствием того, что импульс тока ренапряженного режима построен как алгебраическая сумма остро-нечных импульсов.

Поскольку границы перенапряженного режима, а значит и границы именимости формул (13) и (14), зависят от вида смещения, то мы будем кать их применительно к схеме сеточного автосмещения.

2. ПЕРЕНАПРЯЖЕННЫЙ РЕЖИМ ПРИ СЕТОЧНОМ СМЕЩЕНИИ

Построим зависимость средней крутизны от смещения для случая пенапряженного режима. Отметим вначале, что второе из уравнений (1), писывающее состояние цепи автосмещения, остается тем же, что и в [2] еренапряженный режим происходит по экранирующей сетке), поэтому

его решение (зависимость смещения $y_c = -E_c/U_{1,2}$ от отношения амплиту $x = U_{2,1}/U_{1,2}$ и фактора смещения R_cS_c) остается тем же, что и в [2 Это решение, представляющее собой детекторную характеристику це сетки, показано на рис. 2. Можно видеть, что величина смещения, отн сенного к одной из амплитуд $y_i = -E_i/U_{1,2}$, увеличивается как с росто второй амплитуды $x = U_{2,1}/U_{1,2}$, так и с ростом фактора смещения R_cS что имеет очевидный смыс При $R_cS_c = \infty$ получи пиковый детектор.

Вернемся теперь к п строению зависимост средней крутизны от см

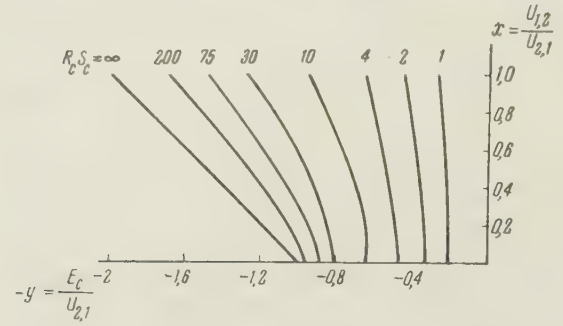


Рис. 2. Детекторная характеристика цепи сетки

щения. Покажем, что она является функцией двух переменных (безра мерного геометрического смещения y_0 и отношения амплитуд x_0) и н которого числа параметров схемы.

В самом деле, из (9) нетрудно получить, что

$$x_1 = \varkappa_1 x_0, \quad x_2 = \varkappa_2 x_0,$$
$$y_1 = \alpha_1 y_c - \beta_1 y_0, \quad y_2 = \alpha_2 y_c - \beta_2 y_0, \qquad (1$$

где параметры, не зависящие от времени,

$$\varkappa_1 = \frac{1 - Dk_1}{1 - Dk_2}\frac{1 + \nu k_2}{1 + \nu k_1}, \quad \varkappa_2 = \frac{1 - Dk_1}{1 - Dk_2}\frac{\nu k_2}{\nu k_1},$$

$$\alpha_1 = \frac{1 - Dk_1}{1 + \nu k_1}\frac{(\nu + D)E_a}{-E_c'}, \quad \alpha_2 = \frac{1 - Dk_1}{(\nu + D)k_1}\frac{(\nu + D)E_a}{-E_c'},$$

$$\beta_1 = \frac{1 - Dk_1}{1 + \nu k_1}\left[\frac{(\nu + D)E_a}{-E_c'} - 1\right], \quad \beta_2 = \frac{1 - Dk_1}{(\nu + D)k_1}\frac{(\nu + D)E_a}{-E_c'}, \qquad (1$$

а

$$y_c = -\frac{E_c}{U_{1,2}}.$$

Для пентода можно положить $D = 0$; тогда равенства (16) значи тельно упрощаются. В этом случае все шесть параметров можно выр зить через три, а именно через νk_1; νk_2; $\nu E_a/-E_c'$.

Если кроме того учесть, что смещение y_c зависит от отношени амплитуд x_0 и фактора смещения R_cS_c, то оказывается, что средня крутизна перенапряженного режима является функцией двух перемен ных и четырех параметров (нуль при y_0, x_0 будем опускать) $S(\nu k_1; \nu k$ $\nu E_a/-E_c'$; R_cS_c; y; x).

Перейдем к обсуждению границ перенапряженного режима. Отм тим, что в случае автосмещения для усиления напряженности режим необходимо увеличивать геометрическое смещение $(-E_c + E_c')$. Прои ходит это потому, что увеличение смещения в этом случае (при посто янном R_cS_c) возможно только путем увеличения амплитуды напряжени на сетке лампы (а значит и на аноде), что усиливает напряженност

ежима. Таким образом, нам надо найти граничное значение смещения гр, причем для всех $y > y_{гр}$ режим будет перенапряженным. Найдем начале границу слабоперенапряженного режима $y_{1гр}$ (два угла отсечки), затем сильноперенапряженного $y_{2гр}$ (три угла отсечки). Для этого ернемся к рис. 1, из которого видно, что перенапряженный режим аступит в случае, если в какой-то момент времени произойдет каса- ие синусоид. Очевидно, что наибольшая вероятность касания будет в от момент времени, когда все четыре напряжения будут иметь ампли- удные значения, т. е. когда $\cos\tau_1 = \cos\tau_2 = 1$. Если касание действи- ельно произойдет, то будет $\theta_1 = 0$, т. е. $\cos\theta_1 = 1$. Учитывая это, из 3) получаем для границы слабоперенапряженного режима $y_1 - x_1 = 1$ или с учетом (15)

$$y_{1гр} = \frac{\alpha_1 y_c (R_c S_c,\ x) - \varkappa_1 x - 1}{\beta_1}. \tag{17}$$

Совершенно аналогично для границы сильноперенапряженного ежима получаем

$$y_{2гр} = \frac{\alpha_2 y_c (R_c S_c,\ x) - \varkappa_2 x - 1}{\beta_2}. \tag{18}$$

Таким образом, подсчитав из (16) значения параметров схемы, мы ожем для каждого данного значения x найти $y_{1гр}$ и $y_{2гр}$. Для $y < y_{1гр}$ ежим будет недонапряженный; для $y_{1гр} < y < y_{2гр}$ — режим слабоперена- ряженный ($\theta_2 = 0$) и для построения средней крутизны достаточно спользовать два первых члена (13) или (14); для $y > y_{2гр}$ — режим ильноперенапряженный и надо использовать все три члена.

Следует еще указать на пределы применимости такого построения. Для этого опять вернемся к рис. 1. Поскольку напряжения на аноде сетке лампы меняются с частотой второго контура, попытаемся про- ледить за этими изменениями. Пусть, например, анодное напряжение u_a понижается, а сеточное смещение E_c повышается; можно предста- ить себе такой момент, когда угол отсечки θ_1 станет сначала равным потом и больше угла θ_0. В реальной схеме в это время анодный ток удет равен нулю, тогда как наш способ построения импульса анодно- о тока не даст импульс, равный нулю. Поэтому для тех значений мещения, при которых может получиться $\theta_1 > \theta_0$, наше построение не удет верным. Математически нужно $\theta_0 \geqslant \theta_1$, т. е. $\cos\theta_0 < \cos\theta_1$ или учетом (8)

$$y_0 - x_0 \cos\tau_2 \leqslant y_1 - x_1 \cos\tau_2.$$

Подставив сюда (15), получаем для предельного значения

$$y_{1пр} = \frac{\alpha_1 y_c (R_c S_c,\ x) - x\,|1 - \varkappa_1|}{1 + \beta}, \tag{19}$$

де $|1 - \varkappa_1|$ — модуль выражения $1 - \varkappa_1$.

Если $y > y_{1пр}$, то в некоторые моменты времени уже будет $\theta_1 > \theta_0$. В этом случае среднюю крутизну перенапряженного режима уже ельзя представлять в виде суммы средних крутизн остроконечных мпульсов, так как надо ввести новые члены, учитывающие, что наше остроение не дает для этих моментов нулевой ток анода.

Если еще больше увеличивать смещение (а значит и амплитуды), о можно представить себе такое положение, что для любых моментов ремени $\theta_1 > \theta_0$. Это значит, что лампа будет заперта все время и средняя крутизна будет равна нулю. Для этого достаточно, чтобы $\cos\theta_0 > \cos\theta_1$, т. е.

$$y_0 - x_0 \cos\tau_2 \geqslant y_1 - x_1 \cos\tau_2$$

или

$$y_{2\text{пр}} = \frac{\alpha_1 y_c (R_c S_c, x) + x|1 - \varkappa_1|}{1 + \beta}. \qquad (20)$$

Таким образом, наше построение дает неверный результат для $y_{1\text{пр}} < y < y_{2\text{пр}}$, однако для одинаковых коэффициентов связи $k_1 = k_2$ оба эти значения совпадают: $y_{1\text{пр}} = y_{2\text{пр}}$, так как в этом случае $\varkappa_1 = 1$, т. е. наш способ построения верен для любых изменений y. Поэтому мы для простоты рассмотрим случай $k_1 = k_2$.

Теперь можно построить среднюю крутизну перенапряженного режима. Проще всего это сделать следующим образом. Для данной схемы находим все параметры, не зависящие от времени, по выражению (16). Далее задаемся $R_c S_c$, для данного отношения амплитуд (x) находим значение сеточного смещения (y_c) (рис. 2) и по формулам (17), (18) определяем границы перенапряженного режима. После этого задаемся величиной геометрического смещения (y) и при помощи (15) получаем x_i, y_i ($i = 1, 2$). По графикам средней крутизны остроко-

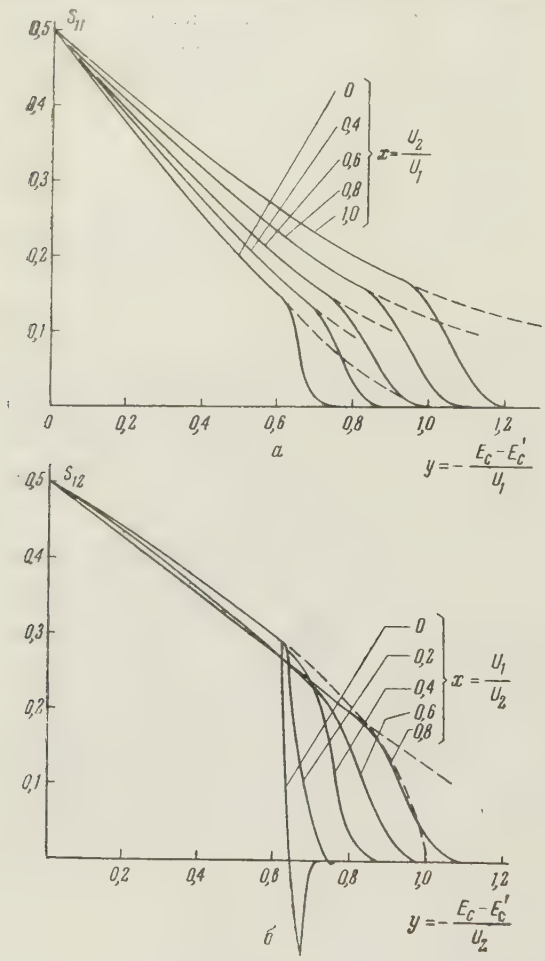


Рис. 3. Зависимость средней крутизны от напряжения смещения:

а — большие колебания в первом контуре; *б* — большие колебания во втором контуре; пунктир — ход кривых в случае, если перенапряженный режим не учитывать

нечного импульса [2] подбираем значения $S_{11}(x_i, y_i)$. Комбинируя эти значения согласно (13), находим величину S_{11} для перенапряженного режима. Точно так же находим и S_{12} (используя графики для $S_{12}(x_i, y_i)$). Построенные таким способом средние крутизны показаны на рис. 3, *а*, *б*. При расчете за основу были взяты следующие параметры: $E_a = 400$ *в*, $E_{c2} = 150$ *в*, $E_c' = -14$ *в* $S = 9$ *ма/в*, $S_к = 2{,}3$ *ма/в*, $R_c S_c = 50$, $k_1 = k_2 = 5$.

Рассмотрим, например, кривую для $x = 1$ на рис. 3, *а*. Для значений $\eta < 0{,}95$ режим недонапряженный и ход кривой тот же, что и в [2]. Для $0{,}95 < \eta < 1{,}1$ режим слабоперенапряженный и кривая быстро падает (перегиб вниз); для $\eta > 1{,}1$ появляется второй угол отсечки и кривая начинает падать медленнее. Ход кривых при других значениях параметра x тот же.

Для кривых, соответствующих второй форме записи (рис. 3, *б*), следует отметить, что при малом значении x (когда амплитуда колебаний в

тором контуре много больше амплитуды колебаний в первом контуре), озможны отрицательные значения средней крутизны (например, кривая = 0 на рис. 3, *б*).

Для объяснения этого используем то обстоятельство, что при $U_1 = 0$

$$S_{12} = \frac{I_{10}}{U_1} = \frac{1}{U_1}\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} I_0(E_c + U_1\cos\tau,\ U_2)\cos\tau d\tau \xrightarrow[U_1\to 0]{} \frac{\partial I_0}{\partial U_1},$$

де I_0 — постоянная составляющая тока по частоте второго контура для доказательства заметим, что при $U_1 \to 0$ получаем неопределенность ида 0/0, раскрывая которую по правилу Лопиталя мы и приходим к сказанному). Это значит, что средняя крутизна зависит от того, растет или адает постоянная составляющая тока по частоте второго контура с ростом мплитуды колебаний в первом контуре. Возвращаясь к рис. 1 (теперь E_a и E_c меняются с частотой первого контура), видим, что при росте амплитуды колебаний первого контура возрастают углы θ_0, θ_1, θ_2, поэтому возможен как рост, так и уменьшение площади, ограниченной импульсом анодного тока. Поскольку нулевая составляющая пропорциональна этой площади, то средняя крутизна может быть как положительной, так и отрицательной. Это явление очень отчетливо видно на рис. 3, *б* (кривая = 0); так, например, для $y < 0{,}65$ $S_{12} > 0$, а для $y > 0{,}65$ $S_{12} < 0$, что подтверждает сказанное.

3. ИССЛЕДОВАНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ

Полагая в стационарном режиме $dU_i/dt = 0$, получаем из (1) для стационарного решения уравнения, являющиеся уравнениями основных изоклин на плоскости амплитуд (второй знак у средней крутизны опущен, так как неважно, какая амплитуда больше):

$$U_1\left[S_1(x,\ y) - \frac{1}{R_1 S}\right] = 0, \tag{21}$$

$$U_2\left[S_2(x,\ y) - \frac{1}{R_2 S}\right] = 0. \tag{22}$$

Построим решения (21), (22) тем же методом, что и в [2]. Напомним, что это решение мы ищем как пересечение кривых (21) и (22). Построение каждой кривой (например по (21)) выполнялось следующим образом: задавались отношением амплитуды (x) и по нему для данного $R_1 S$ находили величину геометрического смещения y, которая является абсциссой точки пересечения кривой S_{11} или S_{12} (на рис. 3, *а*, *б*) и прямой, проведенной на уровне $1/R_1 S$. Далее по рис. 2 находили величину смещения y_c для данного $R_c S_c$. После этого амплитуды находим по формулам

$$\frac{U_{1,2}}{-E_c'} = \frac{1}{y_c - y}, \qquad \frac{U_{2,1}}{-E_c'} = x\frac{U_{1,2}}{-E_c'}. \tag{23}$$

Такое построение проведено на рис. 4 (границы слабо- и сильнонапряженных режимов показаны пунктиром). Кривые, идущие в перенапряженном режиме, сжимаются по сравнению с соответствующими кривыми недонапряженного режима и исчезают кривые, идущие в бесконечность. Отметим еще следующее важное обстоятельство. В недонапряженном режиме (для $R_1 S > 2$) амплитуда гашения больше амплитуды свободного колебания (кривая для $R_1 S = 3$ на рис. 4). В перенапряженном же режиме для достаточно больших $R_1 S$ ($R_1 S > 8$ на рис. 4) амплитуда свободных колебаний больше амплитуды гашения. Это обстоятельство следует подчеркнуть, поскольку оно играет большую роль при исследовании устойчивости двухчастотных колебаний.

Кривые, приведенные на рис. 4, описывают поведение автогенератора при специальном виде внешнего воздействия, поступающем одновременно на анод и сетку в противофазе в отношении, пропорциональном коэффициенту трансформации.

Рассмотрим подробнее отдельную кривую на рис. 4, например для $R_1S = 9$. С ростом U_2 происходит падение U_1; вначале оно очень медленное, но далее все убыстряется и для $U_2/-E_c' > 4{,}5$ происходит резкое тушение колебаний. Отметим также, что для тех кривых, где зависимость $U_1(U_2)$ становится неоднозначной, например $R_1S = 20$, устойчивому состоянию соответствуют верхние участки кривых. Так, например, для $R_1S = 20$ участок $U_1/-E_c' > 1$. Если U_2 превышает некоторое граничное значение (для $R_1S = 20$ $U_2/-E_c' > 5$), то происходит срыв колебаний, причем в момент срыва амплитуда имеет конечную величину.

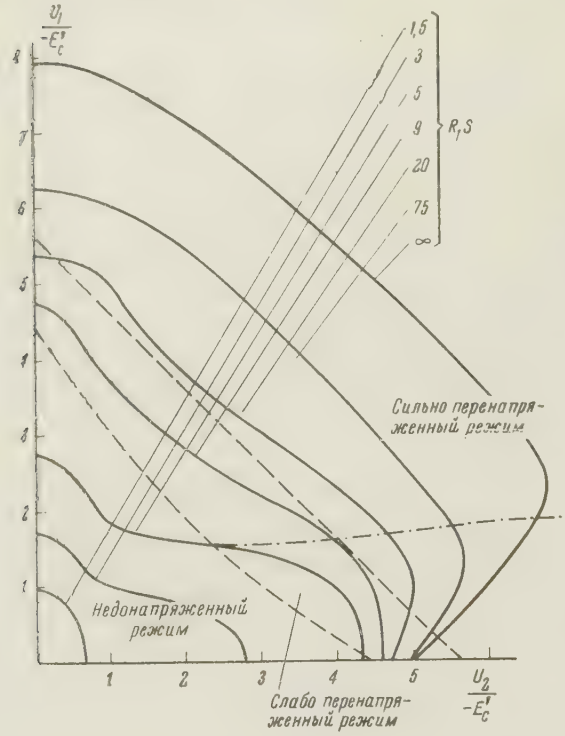


Рис. 4. Основные изоклины плоскости амплитуд:

пунктир — границы слабо- и сильно перенапряженных режимов; штрих пунктир — ход кривых в случае, если перенапряженный режим не учитывать

При уменьшении U_2 колебания не возникают, пока U_2 не упадет до значения $U_2/-E_c' > 4{,}75$, а после этого колебания возникают сразу при большом значении амплитуды. Таким образом, в автогенераторе с одной степенью свободы при асинхронном внешнем воздействии будут наблюдаться гистерезисные явления.

Теперь построим решения уравнения (22), которые можно получить из (21) заменой осей координат. Это возможно в нашем случае потому, что коэффициент обратной связи по обеим частотам одинаков. Пересечение кривых, построенных по уравнениям (21) и (22), дает нам точки стационарного режима. Возможные типы таких точек показаны на рис. 5, *а*, *б*, *в*, *г*, *д*, *е*, *ж*. На этом же рисунке стрелками показано поле направлений интегральных кривых уравнения (1), откуда сделано заключение об устойчивости.

Меняя регенерацию одного из контуров, например первого R_1S, при неизменной регенерации второго контура (R_2S), можно проследить за изменением положения особых точек, т. е. построить зависимость амплитуд колебаний от регенерации контуров. Такая зависимость построена на рис. 6, *а*, *б*, *в*, *г*, *д*, причем по оси абсцисс отложен $\lg R_1S$. На каждом графике рис. 6 представлена зависимость амплитуды колебаний от регенерации в автогенераторе с одной степенью свободы (кривая свободных колебаний).

Поскольку рис. 5 и 6 оказываются, таким образом, связанными, мы рассмотрим их совместно.

1. $R_2S = 3$. Характер изменения амплитуд колебаний при изменении генерации первого контура R_1S виден из рис. 6, *а*. Это же изменение можно проследить и по рис. 5, *а*, перемещая пунктирную кривую в соответствии с изменением R_1S.

На рис. 5, *а* показано несколько пунктирных кривых, которые с ростом R_1S как бы расширяются от начала координат.

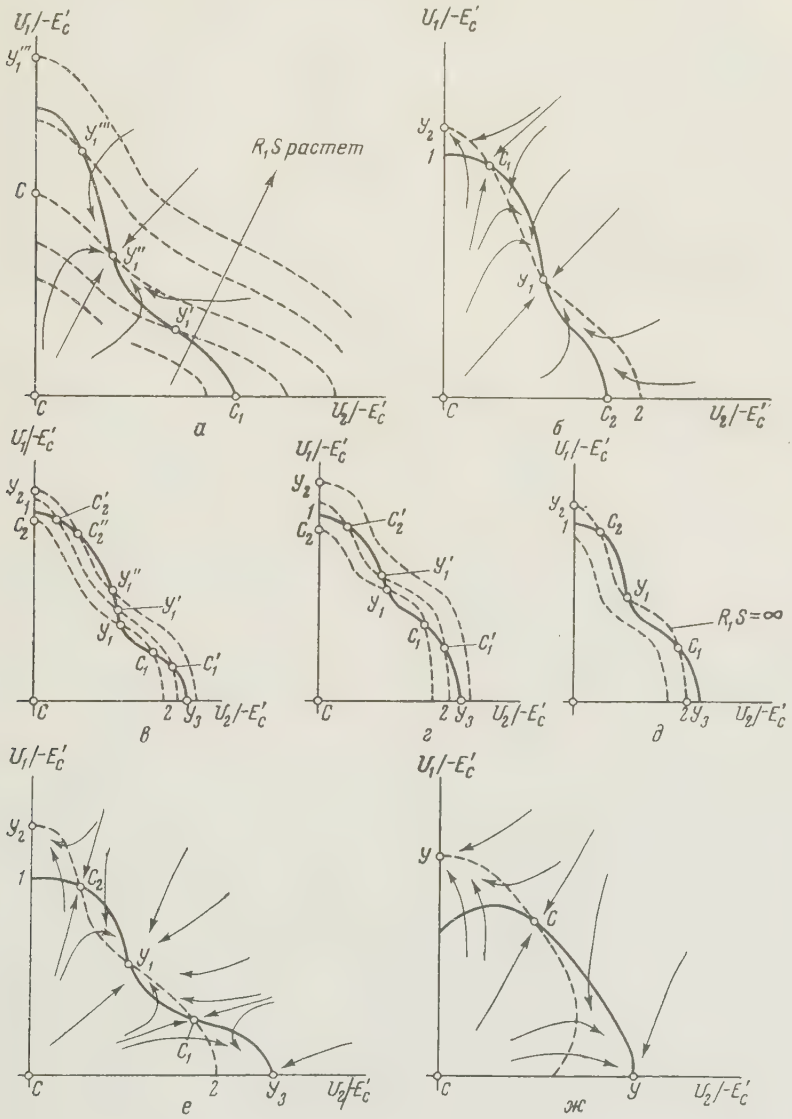


Рис. 5. Расположение особых точек и поведение интегральных кривых уравнения (1):

пунктир — решение уравнения $S_1(x, y) = 1/R_1S$; сплошная линия — решение уравнения $S_2(x, y) = 1/R_2S$; $У$ — особая точка типа узел; $С$ — особая точка типа седло

Устойчивые особые точки являются узлами (на рис. 5 обозначены $У$), неустойчивые — седлами ($С$). При малых R_1S (пока сплошная кривая охватывает пунктирную) вместо седла C_1 будет узел $У_1$, т. е. колебания будут происходить во втором контуре. С ростом R_1S возникают колебания в первом контуре; их амплитуда растет, а амплитуда колебаний во

втором контуре падает (точки $У_1'$, $У_1''$, $У_1'''$). При больших R_1S колебан существуют лишь в первом контуре (точка $У_1'''$). Эта картина типична д недонапряженного режима.

2. $R_2S = 5$. Расположение основных изоклин качественно показа на рис. 5, *б*. Характер изменения пунктирной изоклины тот же, что и рис. 5, *а*, т. е. с ростом R_1S она расширяется от начала координат. Одна

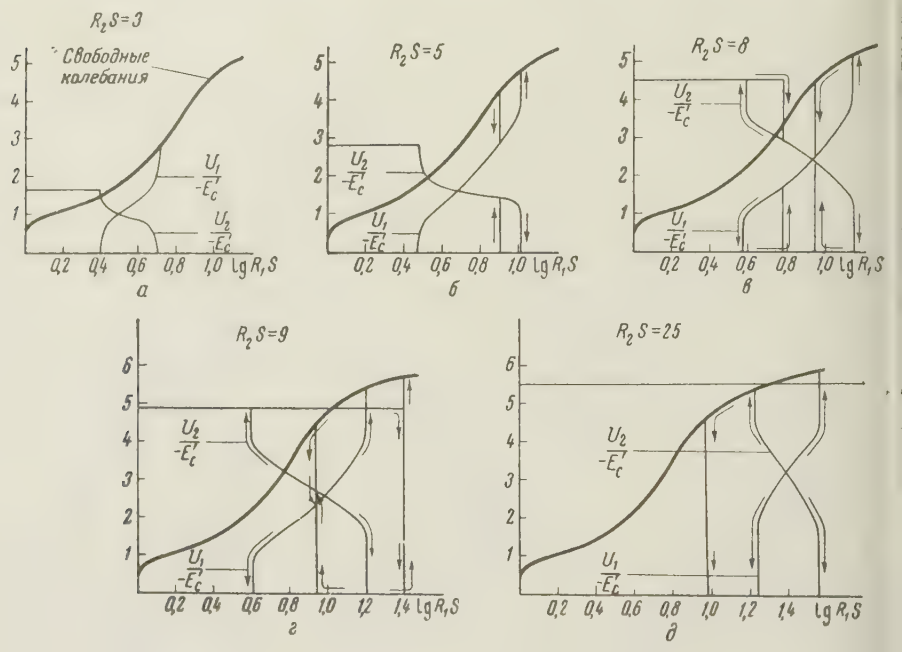


Рис. 6. Зависимость амплитуд колебаний от регенерации первого контура

в этом случае появляются два пересечения в середине (точки C_1 и на рис. 5, *б*). Теперь нетрудно построить зависимость амплитуды колеб ний от изменения R_1S. Вначале она та же, что и при $R_2S = 3$ (рис. 6, Однако так будет происходить до тех пор, пока особые точки C_1 и $У_1$ рис. 5, *б* не сольются (на рис. 6, *б* этому соответствует $\lg R_1S = 1,$ В этот момент происходит тушение колебаний во втором контуре, а ампл туда их в первом контуре увеличивается до амплитуды свободных кол баний (перескок в точку $У_2$ на рис. 5, *б*). При дальнейшем увеличен R_1S ($\lg R_1S > 1$) в системе происходят свободные колебания в перво контуре. Если теперь уменьшать R_1S, то свободные колебания в перво контуре будут происходить до тех пор, пока точки $У_2$ и 1 на рис. 5, не сольются; при этом ($\lg R_1S = 0{,}9$) происходит перескок из точки в точку $У_1$. В результате наблюдается резкое падение амплитуды колеб ний в первом контуре и возникновение колебаний во втором. Таким о разом, мы видим, что в отличие от случая недонапряженного режим ($R_2S = 3$) в перенапряженном режиме (критический режим при $\lg R_1S$ $= 0{,}82$) наблюдаются гистерезисные явления.

3. $R_2S = 8; 9; 25$. Это — самый сложный случай. Генератор все врем работает в перенапряженном режиме. На плоскости амплитуд ему соо ветствует рис. 5, *е*. Число особых точек достигает теперь уже шести, которых три устойчивые ($У_1$, $У_2$, $У_3$), а три неустойчивые (C, C_1, C_2).

В зависимости от «микроструктуры» основных изоклин возможны т подслучая поведения амплитуд при изменении R_1S, которые мы и рассмо рим в отдельности.

3а. $R_2S = 8$. Динамика изменения основных изоклин показана на рис. 5, *в*, а амплитудные кривые — на рис. 6, *в*. Пока сплошная кривая охватывает пунктирную, существуют колебания лишь во втором контуре (точка $У_3$). При увеличении R_1S пунктирная кривая расширяется и появляются вначале две ($С_1$, $У_1$), а затем три ($С'$, $У'_1$, $С'_2$) точки пересечения ее со сплошной изоклиной. Однако до тех пор, пока не сольются точки *2* и $У_3$, колебания существуют лишь во втором контуре. Микроструктура основных изоклин такова, что в момент слияния точек *2* и $У_3$ существуют два пересечения (точки $У''$ $С''_2$) пунктирной и сплошной изоклин, поэтому из точки $У_3$ происходит перескок в точку $У''_1$ (при $\lg R_1S = 0{,}78$ на рис. 6, *в*). Этот перескок означает резкое падение амплитуды колебаний во втором контуре и появление колебаний в первом. Дальнейшее увеличение R_1S (от значения $\lg R_1S = 0{,}78$) приводит к слиянию точек $У''_1$ и $С''_2$ (при $\lg R_1S = 1{,}14$ на рис. 6, *в*) и перескоку в точку $У_2$ на рис. 5, *в*. При этом существуют свободные колебания лишь в первом контуре. Если (при $\lg R_1S > 1{,}4$) начать уменьшать R_1S, то эти колебания остаются до момента слияния на рис. 5, *в* точек $У_2$ и *1* (на рис. 6, *в* при $\lg R_1S = 0{,}94$) и перескока в точку $У_1$. В результате возникают колебания во втором контуре и резкое падение амплитуды колебаний в первом. Дальнейшее уменьшение R_1S (от $\lg R_1S = 0{,}94$) приводит к слиянию на рис. 5, *в* точек $У_1С_1$ (при $\lg R_1S = 0{,}57$) и перескоку в точку $У_3$ (колебания имеются лишь во втором контуре). Таким образом, в этом подслучае (рис. 6, *в*) имеются уже две области, в которых наблюдаются гистерезисные явления.

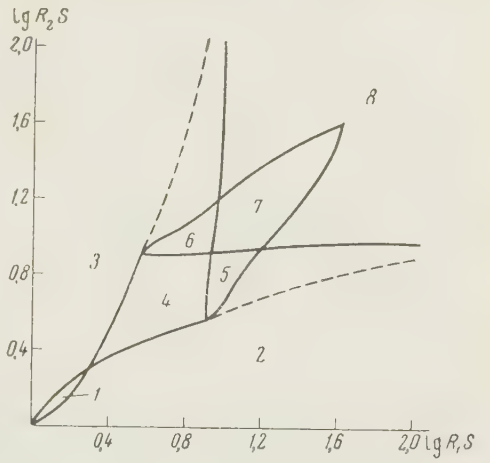


Рис. 7. Разбиение плоскости параметров по характеру колебаний

3б. $R_2S = 9$. Особенности динамики изоклин для этого случая показаны на рис. 5, *г*, а амплитудные характеристики — на рис. 6, *г*. Колебания во втором контуре существуют до тех пор, пока на рис. 5, *г* не сольются точки *2* и $У_3$ (при $\lg R_1S = 1{,}4$ на рис. 6, *г*). Микроструктура основных изоклин такова, что к этому моменту пересечений в центре уже нет (верхняя пунктирная кривая на рис. 5, *г*), поэтому происходит перескок сразу в точку $У_2$. Это значит, что колебания во втором контуре срываются, а в первом достигают амплитуды свободных колебаний (см. рис. 6, *г*). Если увеличивать R_1S дальше ($\lg R_1S > 1{,}4$), то, как и в подслучае 3а ($R_2S = 8$), происходят колебания лишь в первом контуре, а при уменьшении R_1S сначала возникают двухчастотные (на рис. 6, *г* при $\lg R_1S = 0{,}94$), а затем одночастотные колебания во втором контуре (на рис. 6, *г* при $\lg R_1S = 0{,}6$). Если же, уменьшив регенерацию R_1S до значения $\lg R_1S = 0{,}94$ (момент возникновения двухчастотных колебаний), начать ее затем снова увеличивать, то при $\lg R_1S = 1{,}2$ (рис. 6, *г*) на рис. 5, *г* происходит слияние точек $С'_2$ и $У'_1$, перескок в точку $У_2$ и возникновение одночастотных колебаний в первом контуре.

3в. $R_2S = 25$ (рис. 5, *д*, 6, *д*). В этом подслучае структура основных изоклин такова, что на рис. 5, *д* точки *2* и $У_3$ не сливаются даже при $R_1S = \infty$. Это значит, что колебания во втором контуре нельзя потушить никакими изменениями R_1S (этому соответствует горизонтальная прямая $U_2/-E''_c$ на рис. 6, *д*). Если же существуют колебания в первом контуре

(точка $У_2$), то с уменьшением R_1S наступает слияние точек $У_2$ и *1*, причем происходит перескок сразу в точку $У_3$, т. е. колебания возникают лишь во втором контуре, так как микроструктура основных изоклин такова, что в момент слияния $У_2$ и *1* пересечений в центральной части изоклин (на рис. 5, *д* точки $С_1$, $С_2$) уже нет.

Таким образом, приходим к выводу, что если в системе существуют одночастотные колебания в любом из контуров, то получить двухчастотные колебания, изменяя R_1S, в этом случае нельзя. Однако в этом случае все еще есть область, в которой существуют двухчастотные колебания ($1{,}24 < \lg R_1S < 1{,}56$ на рис. 6, *д*). Если мы находимся в этой области, то поведение амплитуд при изменении R_1S будет то же, что и при двухчастотных колебаниях в случае рис. 6, *в*.

4. Рис. 5, *ж*. $R_2S = 75$. Число особых точек уменьшилось до четырех. При слиянии (рис. 5, *е*) точек $С_1$, $У_1$, $С_2$ точки $С_1$, $С_2$ передали точке $У_1$ свою неустойчивость, в системе возможны лишь одночастотные колебания в том или ином контуре в зависимости от начальных условий.

Теперь, используя кривые рис. 6, *а* — *д*, можно провести разбиение плоскости параметров ($\lg R_1S$, $\lg R_2S$) по характеру колебаний (рис. 7). Для этого выбираем определенное значение R_2S и проводим на плоскости параметров (рис. 7) горизонтальную черту на соответствующем уровне. Используя рис. 6, *а* — *д*, делим эту линию на отрезки, соответствующие различному характеру колебаний. Соединяя концы соответствующих отрезков, получаем разбиние плоскости параметров.

Результаты такого разбиения показаны на рис. 7. На нем видно несколько областей: *1* — одночастотные колебания в первом или во втором контуре в зависимости от начальных условий; *2* — колебания в первом контуре; *3* — колебания во втором контуре; *4* — двухчастотные колебания; *5* — двухчастотные колебания или колебания в первом контуре в зависимости от начальных условий; *6* — двухчастотные колебания или колебания во втором контуре в зависимости от начальных условий; *7* — колебания в любом из контуров или двухчастотные колебания в зависимости от начальных условий; *8* — одночастотные колебания в любом из контуров в зависимости от начальных условий.

Для сравнения на рис. 7 пунктиром показано разбиение плоскости параметров в случае, если не учитывать перенапряженный режим. Мы видим, что при учете перенапряженного режима область, в которой возможны двухчастотные колебания, получает конечную величину и, кроме того, дробится на несколько подобластей (*4*—*7*), из которых только в подобласти *4* безусловно существуют двухчастотные колебания.

Настоящая работа выполнена под руководством С. И. Евтянова, которому автор приносит глубокую благодарность за большую помощь при проведении работы и просмотр рукописи.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. И. Евтянов, О расчете генератора в перенапряженном режиме, Электросвязь, 1957, 11, 52.
2. А. Н. Бруевич, Асинхронные колебания в автогенераторе с двумя степенями свободы, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 10, 1559.

Поступила в редакцию
7 VII 1960

РАЗВЯЗКИ МЕЖДУ БЛИЗКО РАСПОЛОЖЕННЫМИ ЗЕРКАЛЬНЫМИ АНТЕННАМИ

Б. Е. Кинбер

На основе геометрической теории дифракции проанализированы различные типы связей между зеркальными антеннами больших размеров (связь между облучателями, связь через одну кромку, связь через две кромки).

Получены формулы для расчета связей различных типов и проанализированы их частотные зависимости.

ВВЕДЕНИЕ

Переходное затухание η (или коэффициент связи) между близко расположенными антеннами имеет важное практическое значение во всех областях применения антенн диапазона СВЧ. К сожалению, эта величина исследована только для вибраторных антенн [1], т. е. антенн с малой направленностью.

В настоящей работе рассмотрена связь между близко расположенными зеркальными антеннами, размеры которых значительно превышают длину волны, а также связь между облучателями, разделенными экранами конечных размеров. Предполагается, что антенны расположены таким образом, что их «главные» лучи не ориентированы друг на друга и связь между антеннами представляет собой слабое и паразитное явление.

Вопрос о сильных связях, когда бо́льшая часть энергии, излучаемой передающей антенной, должна приниматься приемной антенной (беспроводные линии радиопередачи, перископические антенны), в настоящей работе не рассмотрен.

1. ОБЩАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ СВЯЗИ МЕЖДУ ДВУМЯ АНТЕННАМИ

Как было показано ранее [2], если не учитывать многократных отражений (дифракций) поля между антеннами, мощность, принимаемую антенной I ($P_{\text{пр}I}$), можно выразить через поле, излучаемое антенной II и создающее на антенну I ($E_{II}H_{II}$), и поле, излучаемое антенной I при работе на передачу (E_IH_I):

$$P_{\text{пр}\,I} = \frac{\left| \int\limits_{s_1} (\vec{n}, \{[\vec{E}_I \vec{H}_{II}] - [\vec{E}_{II} \vec{H}_I]\})\, ds \right|^2}{4 \oint\limits_{s_2} (\vec{n}, \{[\vec{E}_I^* \vec{H}_I] + [\vec{E}_{II} \vec{H}_{II}^*]\})\, ds}, \qquad (1)$$

где s_1 — поверхность, замкнутая вокруг антенны I (раскрыв); s_2 — поверхность, через которую рассчитывается полный поток энергии при работе антенны I на передачу. Поверхность s_2 можно выбрать произвольно, например, расположив ее поперек тракта или же так, чтобы она совпадала с s_1.

Интересующая нас величина η — коэффициент связи между антеннами — есть отношение (1) и полной мощности, излучаемой антенной II:

$$\eta = \frac{P_{\text{пр } I}}{P_{\text{пер } II}} = \frac{\left| \int\limits_{s_1} (\vec{n},\ \{[\vec{E}_I \vec{H}_{II}] - [\vec{E}_{II} \vec{H}_I]\})\, ds \right|^2}{16 P_{\text{пер } I} P_{\text{пер } II}},$$

где

$$P_{\text{пер } I} = \frac{1}{4} \int\limits_{s_2} (\vec{n},\ \{[\vec{E}_I^* \vec{H}_I] + [\vec{E}_I \vec{H}_I^*]\})\, ds;$$

$$P_{\text{пер } II} = \frac{1}{4} \int\limits_{s_3} (\vec{n},\ \{[\vec{E}_{II}^* \vec{H}_{II}] + [\vec{E}_{II} \vec{H}_{II}^*]\})\, ds$$

– полная мощность, излучаемая антенами I и II; s_3 — поверхность, э вивалентная s_2, но для передающей антенны II.

Хотя формула (2) выведена лишь при учете однократной дифракци на антенне I, ниже показано, что с ее помощью можно учесть также и ми гократные дифракции между антеннами.

Запишем теперь ближнее поле антенн в виде суммы членов, удовле воряющих принципу Ферма [3, 4], т. е. членов, фазы которых пропо циональны экстремальным путям от облучателя антенны до точки интегр рования на s_1:

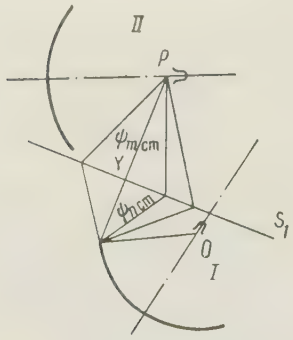


Рис. 1. К определению экстремального пути между антеннами I и II

$$\vec{E}_I = \sum_n \vec{f}_n e^{ik\psi_n},$$

$$\vec{H}_I = \sum_n \vec{\Phi}_n e^{jk\psi_n},$$

$$\vec{E}_{II} = \sum_m \vec{f}_m e^{ik\psi_m},$$

$$\vec{H}_{II} = \sum_m \vec{\Phi}_m e^{ik\psi_m},$$

и подставим (4) в (2).

Общий член получившейся двойной сум имеет вид

$$\int\limits_{s_1} (\vec{n}\ \{[\vec{f}_n \vec{\Phi}_m] - [\vec{f}_m \vec{\Phi}_n]\})\, e^{ik(\psi_n + \psi_m)}\, ds.$$

Амплитуда его есть медленно меняющаяся функция, а фаза имеет точ экстремума. Следовательно, для вычисления интеграла можно примени метод стационарной фазы.

Легко видеть (см. рис. 1), что экстремум $\psi_n + \psi_m$ на поверхнос s_1 соответствует экстремальному пути между облучателями антенн I и I а звено этого экстремального пути, соединяющего антенны I и II, являе ся отрезком прямой Q, пересекающей поверхность s_1 в точке Y *. В вычислениях будем выбирать отдельно поверхность s_1 для каждого чле ряда, причем s_1 будет перпендикулярна Q в точке (по линии) стациона ной фазы. Такой выбор s_1 удобен тем, что в точке (линии) стационарн фазы $\nabla\psi_n$ и $\nabla\psi_m$ коллинеарны Q, а векторы $\vec{f}$ и $\vec{\Phi}$ перпендикулярны др другу и лежат на поверхности s_1.

$$\vec{\Phi}_m = -\frac{1}{\Omega} [\vec{n}\vec{f}_m],$$

$$\vec{\Phi}_n = \frac{1}{\Omega} [\vec{n}\vec{f}_n],$$

где $\Omega = 120\,\pi$ — полное сопротивление свободного пространства, а с

* Как показано ниже, возможны случаи, когда $\psi_n + \psi_m$ дает не точку, а лин стационарной фазы на s_1.

ательно,

$$(\vec{n}\{[\vec{f}_n\vec{\Phi}_m] - [\vec{f}_m\vec{\Phi}]\}) = -\frac{2}{\Omega}(\vec{f}_n\vec{f}_m). \quad (7)$$

Для последующих расчетов при вычислениях можно ограничиваться вым членом разложения по методу стационарной фазы. С учетом ска- ного (2) может быть записано в виде

$$\eta = \frac{1}{4P_{\text{пер }I}P_{\text{пер }II}\Omega^2}\left|\sum_n\sum_m(\vec{f}_n\vec{f}_m)_{\text{ст}}e^{ik(\psi_n+\psi_m)_{\text{ст}}}\times\right.$$

$$\left.\times\int_{s_1}\exp\{ik[\psi_n - \psi_{n\,\text{ст}} + \psi_m - \psi_{m\,\text{ст}}]\}\,ds\right|^2. \quad (8)$$

2. ТИПЫ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ АНТЕННАМИ

Как показано выше, формула для связи между антеннами содержит ему слагаемых, фаза которых пропорциональна экстремальным путям жду антеннами. Поэтому далее будем просто говорить, что связь между

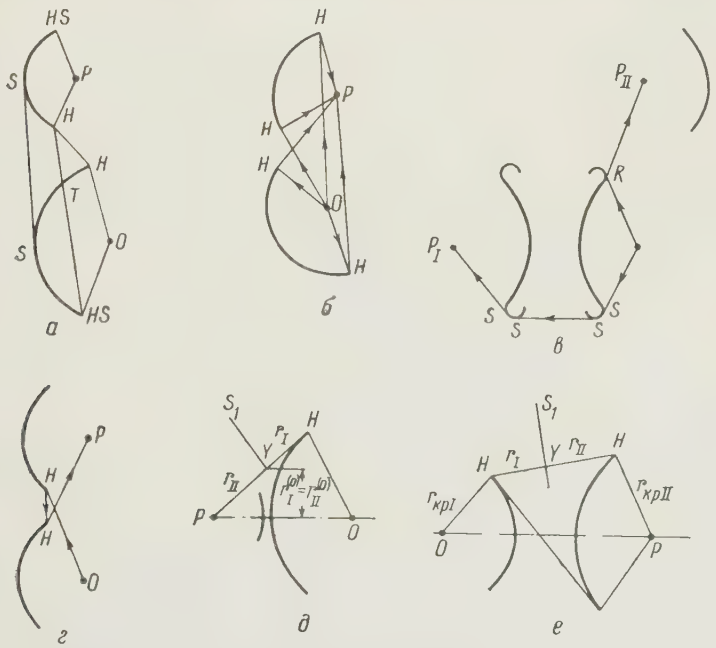


Рис. 2. Возможные типы связей между антеннами

теннами осуществляется по различным экстремальным путям. В этом раграфе рассмотрим наиболее важные виды экстремальных путей и по- жем, как можно учесть многократные дифракции.

Экстремальный путь между облучателями антенн I и II является ло- ной линией, состоящей из отрезков прямых и дуг, принадлежащих тенпам. Часть звеньев принадлежит одной антенне, часть — другой наконец, имеется общее звено, соединяющее обе антенны.

Каждый экстремальный путь характеризуется количеством точек ста- юнарной фазы типа R, H, S и T (см. [5]) на одной и другой антеннах. апример, путь $O - H - H - P$ (рис. 2, *а*) состоит из отрезка $O - H$ облучателя O до точки на кромке H на одной антенне, аналогичного

звена $H - P$ на другой антенне и общего звена $H - H$. Пут $O - HS - S - S - SH - P$ состоит из звена $O - HS$ от облучате до кромки первой антенны, звена $HS - S$ по тыльной поверхности кромки HS до точки отрыва S на первой антенне, аналогичных звень на второй антенне и общего звена $S - S$.

Указанные цепи, например $O - H - H - P$, $O - H - P$, неодно значно характеризуют экстремальные пути. Так, например, есть 4 экс ремальных пути $O - H - P$ (см. рис. 2, *б*) и 12 экстремальных пут $O - H - H - P$. Часть экстремальных путей может быть затенена (на пример один из путей $O - H - H - P$ на рис. рис. 2, *а*), т. е. наряду экстремальным путем $O - H - H - P$ существует экстремальный пут $O - H - T - H - P$.

В дальнейшем мы не рассматриваем такие пути, так как в сил условия затенения их можно отбросить [4].

Типы связей между антеннами зависят как от вида антенны, так и о их взаимной ориентации *. Так, например, количество экстремальны путей $O - H - H - P$ может меняться от 1 до 12 в зависимости от взаим ной ориентации зеркал. Для зеркал с закругленной кромкой пут $O - H - P$ заменяется на $O - R - P$ или $O - S - S - P$ (рис. 2, *в*

Рассмотренные выше экстремальные пути соответствовали экстремум $\psi_n + \psi_m$, содержали только одно общее звено между антеннами и опред ляли какой-либо член ряда (8).

Возможны, однако, экстремальные пути, содержащие не одно, а н сколько общих звеньев между антеннами и соответствующие не однокра ной, а трехкратной, пятикратной и т. д. дифракциям. Простейшим эк тремальным путем такого типа является путь $O - H - H - P$, показа ный на рис. 2, *г* (три общих звена) и соответствующий трехкратной д фракции между антеннами. Очевидно, что его вклад в связь может оказат ся не меньше вкладов от рассмотренных выше путей $O - H - H -$ соответствовавших однократным дифракциям.

Учет такого рода кратных дифракций необходим и естествен, поскол ку вообще трудно подчас определить, следует ли рассматривать анал зируемый объект как две соединенные между собой антенны или как од сложную антенну, а величины связей по однократной и многократны дифракциям могут оказаться соизмеримыми.

Поскольку нет разницы в описании дифракции первичной волн облучателя на «своей» или «чужой» кромке, то многократные дифракц могут быть введены в расчет путем дописывания соответствующих члено в сумму (8).

Рассмотрим, наконец, вопрос об экстремальных путях для осесимме ричных и соосных антенн. В этом случае экстремальные пути — пут $O - H - P$ (рис. 2, *д*), два пути $O - H - H - P$ (рис. 2, *е*) и боле сложные пути — являются коническими поверхностями. Следова тельно связь в этих случаях происходит не через одну точку кромки а через всю кромку зеркала. Естественно, что при этом будет наблюдат ся усиление связи.

Полный коэффициент связи η определяется квадратом суммы экстр мальных членов (8), и поэтому коэффициенты связи от отдельных чл нов не аддитивны и зависимость η от длины волны, размеров антени и и ориентации должна быть осциллирующей. Практически величин связи определяется одним или несколькими наибольшими членам суммы (8).

---

* Однако количество связей в любом случае бесконечно (к любому экстремал ному пути можно добавить замкнутый экстремальный путь вокруг каждой из а тенн, состоящий из любого целого количества оборотов).

3. ХАРАКТЕРИСТИКИ ОСНОВНЫХ ТИПОВ СВЯЗЕЙ

Рассмотрим количественно наиболее важные виды связей: $O-P$, $-H-P$, $O-H-H-P$. Две последние связи рассмотрим как для случая стационарной точки, так и для случая стационарной линии. При анализе предполагаем, что исследуемая связь является определяющей, всеми остальными можно пренебречь.

Анализ проводим для осесимметричных зеркал радиуса R с острой кромкой.

Оси зеркал предполагаем расположенными в одной плоскости. Экстремальные пути лежат в этой плоскости, а плоскости главных кривизн волновых поверхностей полей I и II совпадают и расположены в этой и перпендикулярной ей плоскостях. Положение поверхности s_1 не влияет на результаты расчета и может выбираться произвольно.

Связь $O-P$ (связь облучателей). Поле первичных облучателей антенн в точке стационарной фазы Y на s_1 (рис. 3)

$$\vec{E}_I = \sqrt{60 P_{\text{пер}I} G_I}\,\frac{\vec{T}_I(\varphi_I,\ \psi_I)}{r_I}\,e^{ikr_I},$$
$$\vec{E}_{II} = \sqrt{60 P_{\text{пер}II} G_{II}}\,\frac{\vec{T}_{II}(\varphi_{II},\ \psi_{II})}{r_{II}}\,e^{ikr_{II}}, \qquad (9)$$

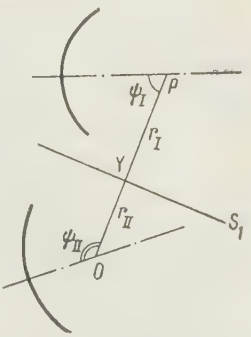


Рис. 3. К расчету связи $O-P$

где φ_I, φ_{II} — угол между плоскостями начала отсчета углов и плоскостью связи, образуемой осями антенн; ψ_I, ψ_{II} — углы между осями антенн и линией OP; G_I, G_{II} — коэффициенты направленного действия облучателей антенн; радиусы кривизны волн

$$\rho_I^{(1)} = \rho_I^{(2)} = r_I,\ \rho_{II}^{(1)} = \rho_{II}^{(2)} = r_{II}. \qquad (10)$$

Поэтому для исследуемой связи $O-P$ выражение (8) имеет вид

$$\eta = \frac{1}{4P_{\text{пер}I}P_{\text{пер}II}(120\pi)^2}\left|60\,\frac{\sqrt{P_{\text{пер}I}P_{\text{пер}II}G_IG_{II}}}{r_Ir_{II}}(\vec{T}_I\vec{T}_{II})\int\limits_{s_I}\exp\left\{\frac{ik}{2}\left(\frac{1}{r_I}+\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.+\frac{1}{r_{II}}\right)(x^2+y^2)\right\}dx\,dy\right|^2 = \frac{\lambda^2G_IG_{II}(\vec{T}_I\vec{T}_{II})^2}{(4\pi L_{OP})^2}, \qquad (11)$$

где $L_{OP} = r_I + r_{II}$ — расстояние между облучателями; x, y — координаты плоскости раскрыва s_1. Начало координат совпадает с точкой Y.

Полученная формула показывает, что связь между облучателями удовлетворяет обычному уравнению связи. Этот очевидный вывод подтверждает правильность приведенных выше выкладок.

Связь $O-H-P$ (стационарная точка). Для расчета этой связи кроме поля первичного облучателя необходимо иметь также выражение для поля краевой волны.

Для нормального падения волны на край полуплоскости выражение для краевой волны можно представить в виде [6]

$$\vec{E}_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\,e^{i\left(kr+\frac{\pi}{4}\right)}\{\vec{\varphi}E_{0\varphi}F_\varphi(\theta_0,\ \theta) + \vec{\theta}E_{0\theta}F_\theta(\theta_0,\ \theta)\}, \qquad (12)$$

где (см. рис. 4) r — расстояние от кромки до точки наблюдения; $\vec{\varphi}$ — орт, параллельный кромке; $\vec{\theta}$ — орт, перпендикулярный кромке и вектору $\vec{r}$;

$E_{0\varphi}$, $E_{0\theta}$ — φ- и θ-составляющие первичного поля у кромки;

$$F_\varphi = \frac{\cos\frac{\theta_0}{2}\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\theta - \cos\theta_0}\,;\; F_\theta = \frac{\sin\frac{\theta_0}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{\cos\theta - \cos\theta_0} \qquad (13)$$

— диаграммы направленности краевой волны по φ- и θ-составляющим; θ_0, θ — угол падения и угол наблюдения.

Принятое выше определение φ- и θ-составляющих отличается от стандартного, но удобно для приведенных ниже вычислений.

Легко показать *, что выражение для краевой волны осесимметричного зеркала отличается от (12) заменой сомножителя амплитуды для цилиндрической волны $1/\sqrt{r}$ (прямолинейная нить тока) сомножителем для тороидальной волны $\sqrt{R/r^{(0)}r}$ (кольцевая нить тока):

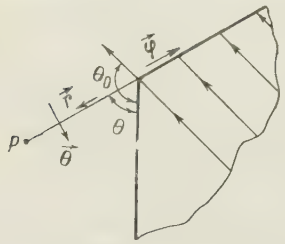


Рис. 4. К определению геометрических параметров дифракции волны на полуплоскости

$$\vec{E}_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{2R}{\pi k r^{(0)} r}}\, e^{i\left(kr+\frac{\pi}{4}\right)} \{\vec{\varphi}E_{0\varphi}F_\varphi + \vec{\theta}E_{0\theta}F_\theta\}, \qquad (14)$$

где r — расстояние от стационарной точки H на кромке до точки наблюдения; $r^{(0)}$ — расстояние от точки наблюдения до оси зеркала (оно берется со знаком плюс, если точка наблюдения и стационарная точка H лежат по одну сторону оси, и со знаком минус, если эти точки лежат по разным сторонам оси).

Под φ-составляющей понимается составляющая, перпендикулярная плоскости отражения (меридиональная плоскость), а под θ-составляющей — составляющая, лежащая в этой плоскости и перпендикулярная ей.

Радиусы кривизны волны равны

$$\rho^{(1)} = r, \qquad \rho^{(2)} = \frac{|r^{(0)}|}{\sin\alpha}, \qquad (15)$$

где α — угол между $\vec{r}$ и осью кольца.

Определим теперь переходное затухание η для связи $O - H - I$, показанной на рис. 5. По принципу взаимности безразлично, находится ли точка H на приемной или на передающей антенне.

Подставляя выражения (9), (14), (15) в (8), получим

$$\eta = \left| \frac{15\sqrt{G_I G_{II}}}{120\pi} \{T_{\varphi I}F_{\varphi I}T_{\varphi II} + T_{\theta I}F_{\theta I}T_{\theta II}\} \sqrt{\frac{2R_I}{\pi k r_I^{(0)} r_I}} \times \right.$$
$$\left. \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{ik}{2}\left[\left(\frac{1}{r_I}+\frac{1}{r_{II}}\right)x^2 + \left(\frac{1}{r_{II}}+\frac{\sin\alpha_I}{|r_I^{(0)}|}\right)y^2\right]\right\} dx\,dy \right|^2 =$$
$$= \frac{\lambda^3 G_I G_{II} \{T_{\varphi I}F_{\varphi I}T_{\varphi II} + T_{\theta I}F_{\theta I}T_{\theta II}\}^2 \sin^2\psi_{\text{кр}I}}{16\pi^4 R_I L_{OH} S_I}, \qquad (16)$$

где $L_{OH} = r_I + r_{II}$ — расстояние от кромки до «чужого» облучателя; $S_I = |r_I^{(0)}| + \sin\alpha_I r_{II}$ — расстояние от облучателя O до оси другой антенны.

---

* Линии каустик тороидальной волны — кольцо тока и ось кольца. Вблизи них поле должно иметь характер цилиндрической волны, т. е. должно быть пропорциональным $1/\sqrt{r}$; $1/\sqrt{r^{(0)}}$. Приведенная далее формула удовлетворяет поставленным условиям. Справедливость ее можно проверить также непосредственным расчетом.

Параметры (расстояние и углы), входящие в формулу (16), определяются из геометрии антенн и их взаимного расположения. Влияние экрана, расположенного между двумя антеннами и двумя облучателями, также описывается приведенной выше формулой.

Связь $O-H-P$ (стационарная линия). Если две несимметричные антенны расположены спиной друг к другу и соосны, то связь происходит по всей кромке (рис. 2, *е*). Точно так же обстоит дело и в случае круглого экрана, ось которого совпадает с линией, соединяющей облучатели.

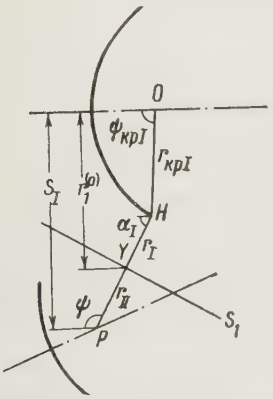


Рис. 5. К расчету связи $O-H-P$

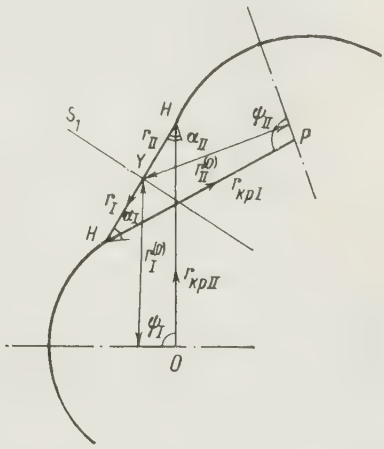


Рис. 6. К расчету связи $O-H-H-P$

В качестве поверхности s_1 удобно выбрать конус, перпендикулярный пучку лучей от облучателя до кромки (рис. 2, *д*).

При расчете этой связи необходимо знать поляризационную характеристику облучателя. Зададим ее в виде (см. [5])

$$\vec{T}(\varphi,\ \theta) = -(\vec{\theta}\cos\varphi + \vec{\varphi}\sin\varphi)\,T(\theta). \tag{17}$$

Подставляя выражения (9), (14), (15), (17) в (8) и учитывая, что метод стационарной фазы надо применять только при интегрировании в меридиональной плоскости, а линия стационарной фазы отстоит от оси на расстоянии $r_I^{(0)}$, получим

$$P = G_I G_{II}\left|\frac{1}{8\pi}\sqrt{\frac{2R_I}{\pi k r_I^{(0)} r_I}}\,\frac{r_I^{(0)}}{r_{крI} r_{II}}\,T_I(\psi_{крI})\,T_{II}(\psi_{II})\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\exp\left[\frac{ik}{2}\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r_{II}}\right)t^2\right]dt\times\right.$$

$$\left.\times\int\limits_0^{2\pi}\left[F_{\theta I}\cos^2\varphi + F_{\varphi I}\sin^2\varphi\right]d\varphi\right|^2 = \frac{\lambda^2 G_I G_{II}}{128\pi^4}\,(F_{\theta I}+F_{\varphi I})^2\,\frac{\sin^3\psi_{крI}}{L_{OH}R_I}, \tag{18}$$

где как $R_I/r_{крI} = \sin\psi_{крI}$.

При расчете влияния экрана, расположенного между несоосными облучателями, но при синфазной кромке экрана, выражение для интеграла по кромке имеет более сложный вид, но зависимость от λ и размеров экрана остается той же самой.

Связь $O-H-H-P$ (стационарные точки). Связь $O-H-H-P$ бывает 12 типов. Расчет и зависимость от длины волны для всех вариантов одинаковы. Поэтому мы в качестве примера рассмотрим связь через две ближние кромки для трехкратной дифракции. Геометрия этой связи показана на рис. 6.

Подставляя выражение для краевых волн (14) в (8), получим

$$\eta = G_I G_{II} \left| \frac{1}{8\pi} \sqrt{\frac{2R_I}{\pi k r_I^{(0)} r_I}} \sqrt{\frac{2R_{II}}{\pi k r_{II}^{(0)} r_{II}}} \frac{1}{r_{\text{кр}I} r_{\text{кр}II}} \times \right.$$

$$\times \{T_{\varphi I} F_{\varphi I} T_{\varphi II} F_{\varphi II} + T_{\theta I} F_{\theta I} T_{\theta II} F_{\theta II}\} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{\frac{ik}{2}\left[\left(\frac{1}{r_I} + \frac{1}{r_{II}}\right)x^2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \left(\frac{\sin\alpha_I}{|r_I^{(0)}|} + \frac{\sin\alpha_{II}}{|r_{II}^{(0)}|}\right)y^2\right]\right\} dx\,dy \Bigg|^2 = \frac{\lambda^4 G_I G_{II} \sin^2\psi_{\text{кр}I} \sin^2\psi_{\text{кр}II}}{16\pi^6 R_I R_{II} L_{HH} S_{II}} \times$$

$$\times \{T_{\varphi I} F_{\varphi I} T_{\varphi II} F_{\varphi II} + T_{\theta I} F_{\theta I} T_{\theta II} F_{\theta II}\}^2, \qquad (19$$

где

$$S_{II} = \sin\alpha_I R_{II} + \sin\alpha_{II} R_I + \sin\alpha_I \sin\alpha_{II} L_{HH};$$

$$L_{III} = r_I + r_{II}.$$

Связь $O-H-H-P$ (стационарная линия). Геометри этой связи для случая соосного расположения антенн спина к спин (один из вариантов) показана на рис. 2, *е*. При расчете, как и дл связи $O-H-P$, выберем поляризационную структуру излучения (17

Поверхность раскрыва — конус, перпендикулярный конусу луче $H-H$.

$$\eta = G_I G_{II} \left| \frac{1}{8\pi} \sqrt{\frac{2R_I}{\pi k r_I^{(0)} r_I}} \sqrt{\frac{2R_{II}}{\pi k r_{II}^{(0)} r_{II}}} \frac{r_I^{(0)} T_I T_{II}}{r_{\text{кр}I} r_{\text{кр}II}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{\frac{ik}{2}\left(\frac{1}{r_I} + \frac{1}{r_{II}}\right)t^2\right\} dt \right.$$

$$\left. \times \int_0^{2\pi} \{F_{\varphi I} F_{\varphi II} \sin^2\varphi + F_{\theta I} F_{\theta II} \cos^2\varphi\}\, d\varphi \right|^2 = \frac{\lambda^3 G_I G_{II} T_I^2 T_{II}^2 \sin^2\psi_{\text{кр}I} \sin^2\psi_{\text{кр}II}}{128\pi^6 R_I R_{II} L_{HH}}. \quad (2$$

4. СРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ СВЯЗЕЙ

Проведенный выше анализ позволяет сопоставить между собой отдел ные виды связей. Основные зависимости приведены в табл. 1.

Таблица 1

№ п. п.	Тип связи	Зависимость от λ	Зависимость от расстояния между антеннами L	Зависимость от диаметра зеркала R
1	$O-P$	λ^2	$(L_{OP})^{-2}$	—
2	$O-H-P$, стационарная линия	λ^2	$(L_{OH})^{-1}$	R^{-1}
3	$O-H-P$, стационарная точка	λ^3	$(L_{OH}S_I)^{-1}$	R^{-1}
4	$O-H-H-P$, стационарная линия	λ^3	$(L_{HH})^{-1}$	$(R_I R_{II})^{-1}$
5	$O-H-H-P$, стационарная точка	λ^4	$(L_{HH}S_{II})^{-1}$	$(R_I R_{II})^{-1}$

Как следует из табл. 1, наиболее сильная связь — это связь межд облучателями ($O-P$). Если не приняты специальные меры, наприме не уменьшены боковые лепестки излучателя, облучатели не развязаны п поляризации или не экранированы друг от друга, то эта связь являет основной и определяет переходное затухание. Так как связь $O-$ только одна, а другие типы связей меньше по порядку, то частотна

висимость переходного затухания монотонна. Если антенны отвернуты уг от друга и облучатели экранированы друг от друга, то определяюей связью является связь через одну кромку $O - H - P$, меньшая на ин порядок малости. Если кромка синфазна относительно облучателя онтур зеркала или экрана расположен на поверхности эллипсоида враения, фокусы которого находятся в точках O и P), то порядок связи та-

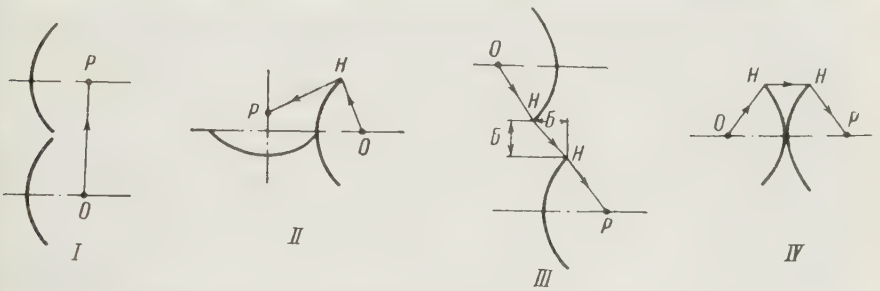


Рис. 7. Варианты расположения антенн (для примера расчета). $Б = 5\lambda$.

ой же, как и связи $O - P$. Множественность связей $O - H - P$ при разичных длинах путей приводит к осциллирующей зависимости переходго затухания от частоты. Величина связи $O - H - P$ сильно зависит поляризации излучения.

Наиболее слабая связь $O - H - H - P$, проявляющаяся лишь в сутствие более сильных связей, характерна для антенн примерно одикового диаметра, расположенных иной друг к другу. Так же как и случае связи $O - H - P$, соосость антенн сильно увеличивает язь между ними.

Оценим порядки величин связей примере двух антенн диаметром λ с углом облучения 120°. Уровень вещения края зеркала как обычно имем равным 0,3. Коэффициент правленного действия облучателей этом случае равен 4. Уровень бовых лепестков облучателей считаем вным 0,2. Поляризацию антенн инимаем одинаковой, а плоскость оляризации считаем совпадающей с лоскостью связи. Рассмотрим слеующие варианты расположения антенн.

Таблица 2

№ варианта расположения	Тип связи	Переходное затухание, *дб*
I	$O - P$	40
II	$O - H - P$, стационарная точка	70
III	$O - H - H - P$, стационарная точка	110
IV	$O - H - H - P$, стационарная линия	88

1. Антенны ориентированы параллельно друг другу и соприкасаются баями (рис. 7, *I*).

2. Антенны ориентированы перпендикулярно друг другу. Одна из тенн экранирована другой (рис. 7, *II*).

3. Антенны ориентированы в противоположные стороны и смещены носительно друг друга (рис. 7, *III*).

4. Антенны соосны и расположены спиной друг к другу. Зеркала соикасаются между собой (рис. 7, *IV*).

В табл. 2 указаны величины связей между антеннами, рассчитанные я этих вариантов. Геометрические параметры, необходимые для расчета, ределены в соответствии с рис. 7.

Рассчитанные величины переходных затуханий по порядку величины впадают с измеренными [7,8]. Сравнение вариантов *II* и *IV* показывает, о соосность антенн значительно уменьшает развязку между ними.

В заключение считаю своим приятным долгом выразить благодарность А. И. Шпунтову за ценную дискуссию по теме настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антенны, перев. с англ. под ред. А. И. Шпунтова, Изд. Советское радио, 1951
2. Б. Е. Кинбер, К теории приемной антенны, Радиотехника и электроника, 1961, 6, 4, 651.
3. J. B. Keller, Diffraction by an aperture, J. Appl. Phys., 1957, 28, 4, 426.
4. Б. Е. Кинбер. Условие затенения и дифракционная поправка к распределению тока, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 9, 1407.
5. Б. Е. Кинбер, О боковом излучении зеркальных антенн, Радиотехника и электроника, 1961, 6, 4, 545.
6. Л. А. Вайнштейн, Дифракция электромагнитных и звуковых волн на открытом конце волновода, Изд. Советское радио, 1953.
7. E. S. Harris, Electronics, 1957, 30, 6, 204(см. РЖ Электротехника, 1958, реферат № 30315).
8. C. W. Hansell, Proc. I. R. E., 1945, 33, 3.

Поступила в редакцию
17 VIII 1960

1961 № 6

К ТЕОРИИ УДАРНЫХ РАДИОВОЛН В НЕЛИНЕЙНЫХ ЛИНИЯХ

Р. В. Хохлов

Рассмотрен процесс распространения ударных электромагнитных волн в нелинейных линиях. В отличие от опубликованных работ проанализировано влияние затухания на формирование и расплывание фронта ударной волны и оценена возможность использования линии как генератора гармоник и пилообразного напряжения. Анализ проведен при помощи метода, в основу которого положен факт малости нелинейности и потерь в линии.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема распространения волн в нелинейных средах уже давно привлекает внимание ученых — математиков, механиков и физиков. Это связано с тем, что газы и жидкости, процессы распространения возмущений в которых важны во многих областях науки и техники, являются нелинейными средами (см., например, [1]). В последнее время эта проблема встала перед радиофизиками и радиоинженерами в связи с возрастающим использованием в радиотехнике электромагнитных материалов с нелинейными характеристиками.

Проблему распространения волн в нелинейных средах можно условно разделить на две части: 1) распространение волн в условиях сильной дисперсии среды, 2) распространение волн в условиях слабой дисперсии. В первом случае имеющиеся гармонические составляющие волны практически не взаимодействуют друг с другом вовсе или же взаимодействие осуществляется между небольшим числом составляющих с близкими по величине фазовыми скоростями. Во втором случае все гармонические составляющие сигнала резонансно взаимодействуют между собой, что создает условия для образования волны с большим содержанием пространственных гармоник.

Естественно прежде всего проанализировать предельные случаи — случай сильной дисперсии, когда имеет место взаимодействие между двумя гармоническими составляющими, и случай отсутствия дисперсии, когда все гармонические составляющие волны сильно взаимодействуют друг с другом. Этому последнему случаю и посвящена настоящая статья.

Процесс распространения электромагнитных волн в нелинейных средах в отсутствие дисперсии уже рассматривался в статьях [2, 3, 4]. В них на основе строгих методов, разработанных в газодинамике и пригодных для сред со значительными нелинейностями, но не для затухающих сред, проведен анализ возникновения ударных волн и исследована структура их фронта. Эта структура исследована в [3] и с учетом затухания среды, причем показано, что и в условиях затухания разрывные волны могут иметь место.

В настоящей работе рассмотрен процесс распространения волн в слабонелинейных и слабопоглощающих энергию средах, совершенно не обладающих свойством дисперсии. Это рассмотрение ведется на основе приближенного метода, являющегося естественным обобщением метода укороченных уравнений на случай систем уравнений с частными производными. Аналогичный приближенный метод уже применялся в [5]

для анализа процесса распространения волн в линиях с параметрами, меняющимися по закону бегущей волны. Процесс распространения волн исследуется в линии, нелинейным параметром в которой является распределенная емкость.

1. ФОРМАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Переходя к исследованию процесса распространения электромагнитных волн в линии с распределенной нелинейной емкостью, примем, что потери энергии в ней обусловлены двумя распределенными сопротивлениями, из которых одно параллельно емкости, а второе включено последовательно (рис. 1). Примем пока для простоты, что последовательно включенное сопротивление R равно нулю и диссипация энергии происходит только благодаря утечке G. В этом случае можно описать поведение токов I, напряжений U и зарядов Q в линии следующей системой уравнений:

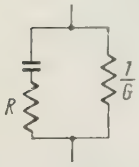


Рис. 1

$$-\frac{\partial I}{\partial z}=\frac{\partial Q}{\partial t}+GU, \quad -\frac{\partial U}{\partial z}=L\frac{\partial I}{\partial t}. \tag{1}$$

Здесь L и G — индуктивность и проводимость линии. Исключая из этих уравнений величину тока, получим уравнение

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}-L\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}-LG\frac{\partial U}{\partial t}=0. \tag{2}$$

На левом конце линии — входе напряжение задано:

$$\text{при } z=0 \quad U=\Phi(t). \tag{3}$$

Считая линию в направлении z полубесконечной, ограничимся отысканием решений (2), имеющих вид бегущих вправо волн. Вопрос о существовании таких решений рассмотрен далее.

Величина заряда Q на емкости является нелинейной функцией напряжения. Так как дальнейшее рассмотрение проведено для случая слабонелинейной среды, зависимость $Q(U)$ можно принять в большинстве случаев в виде

$$Q=CU+DU^2, \tag{4}$$

понимая под коэффициентами C и D — коэффициенты разложения в ряд функции $Q(U)$ в рабочей точке. При этом переменная часть емкости предполагается значительно меньше ее постоянной части C, т. е.

$$DU_0 \ll C, \tag{5}$$

где U_0 — амплитуда напряжения на входе. Считая наряду с (5), что мало также и затухание, т. е. величина проводимости G, и вводя явно малый параметр ε, имеем $G=\varepsilon G$, $D=\varepsilon D$.

В случае отсутствия затухания и нелинейности уравнение (2) имеет решение вида

$$U=F(t-z\sqrt{LC}), \tag{6}$$

где F — произвольная функция аргумента. Естественно предположить, что в случае малого затухания и нелинейности решение (2) имеет в основном вид (6), но форма функции F медленно изменяется с расстоянием от входа, т. е.

$$U=U(\varepsilon z,\ t-z\sqrt{LC}). \tag{7}$$

Вводя новые переменные [5]

$$\tau = t - z\sqrt{LC},\ \varepsilon z = x \tag{8}$$

и подставляя их в уравнение (2), имеем

$$\varepsilon^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 2\varepsilon\sqrt{LC}\frac{\partial U}{\partial x} - \varepsilon LD\frac{\partial^2 U^2}{\partial \tau^2} - \varepsilon LG\frac{\partial U}{\partial \tau} = 0. \tag{9}$$

Пренебрегая малыми членами, порядок которых ε^2, получим

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\left[2\sqrt{LC}\frac{\partial U}{\partial x} + LD\frac{\partial U^2}{\partial \tau} + LGU\right] = 0. \tag{10}$$

Интегрируя по τ, имеем значительно более простое, чем (2), уравнение, которое описывает процесс распространения волн вдоль рассматриваемой нелинейной линии:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \alpha U\frac{\partial U}{\partial \tau} + \delta U = F(x), \tag{11}$$

где $F(x)$ — вообще произвольная функция x, которую в случае граничного условия (3) следует положить равной нулю. Параметры α и δ выражаются следующим образом:

$$\alpha = D\sqrt{\frac{L}{C}},\ \delta = \frac{1}{2}G\sqrt{\frac{L}{C}}. \tag{12}$$

Решение уравнения (11) с граничным условием (3) может быть легко найдено. Однако это решение выражает вообще τ как функцию U и x:

$$\tau = \frac{\alpha}{\delta}(e^{\delta x} - 1)U + [\Phi]^{-1}(Ue^{\delta x}), \tag{13}$$

где символ $[\Phi]^{-1}$ означает функцию, обратную Ф. В случае отсутствия затухания это решение сводится к виду

$$\tau = \alpha x U + [\Phi]^{-1}(U) \text{ или } t = z\left(\sqrt{LC} + UD\sqrt{\frac{L}{C}}\right) + [\Phi]^{-1}(U). \tag{14}$$

Интересно сравнить его с точным решением (2), которое можно получить в этом случае. Оно имеет вид

$$t = z\sqrt{L(C + 2DU)} + [\Phi]^{-1}(U). \tag{15}$$

Сравнивая (14) и (15) и имея в виду при этом условие (5), легко установить характер приближения используемого метода.

Связь между напряжением и током в волне описывается уравнением

$$\frac{dI}{dU} = \sqrt{\frac{C}{L}}\left(1 + \frac{D}{C}U + \frac{G}{2C}\frac{U}{\frac{\partial U}{\partial t}}\right), \tag{16}$$

которое является следствием уравнений (1) и факта малости нелинейности и затухания.

Анализ изменения формы волны с расстоянием можно провести при помощи несложного графического построения, что и сделано ниже.

2. УДАРНЫЕ РАДИОВОЛНЫ

Примем для конкретности, что входное напряжение имеет синусоидальную форму:

$$\text{при } z = 0 \quad U = U_0 \sin \omega t. \tag{17}$$

Подставляя соответствующую обратную функцию в соотношение (13), имеем

$$\omega\tau = U_0\frac{\alpha\omega}{\delta}(1 - e^{-\delta x})\frac{Ue^{\delta x}}{U_0} + \arcsin\frac{Ue^{\delta x}}{U_0}. \tag{18}$$

Начиная графический анализ этого соотношения, отложим по оси абсцисс значение $\frac{U}{U_0}e^{\delta x}$, а по оси ординат — значение $\omega\tau$ (рис. 2). В соответствии с (18) решение можно представить как сумму двух функций — арксинуса и прямой с угловым коэффициентом Z:

$$Z=\frac{\omega\alpha U_0}{\delta}(1-e^{-\delta x}). \tag{19}$$

Повернув оси в рис. 2 и анализируя форму решения для различных значений Z, можно видеть искажение волнового профиля по мере удаления от входа линии (рис. 3).

Угловой коэффициент Z имеет смысл приведенного расстояния и характеризует степень проявления нелинейности в системе. Когда он мал, нелинейные свойства проявляются слабо; они становятся заметными при z, сравнимом с единицей, и, наконец, они проявляются сильно, когда Z больше единицы. Приведенное расстояние зависит от истинного нелинейным образом. При $x\to\infty$ приведенное расстояние стремится к своему предельному значению Z_∞:

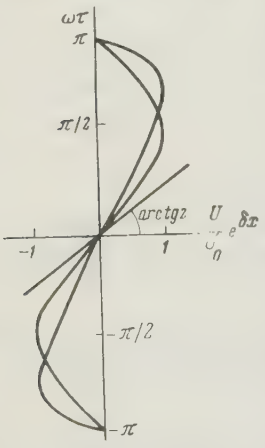


Рис. 2

$$Z_\infty=\frac{\alpha\omega U_0}{\delta}, \tag{20}$$

которое, в случае достаточно больших затуханий, может быть меньше единицы. Это означает, что при достаточно больших затуханиях форма волны искажается мало на любых расстояниях от входа системы, затухая только по амплитуде (рис. 3, *а*).

Решение (18) имеет принципиально различные формы, когда приведенное расстояние (19) больше или меньше единицы. Когда Z становится больше единицы, то, как видно из рис. 3, *в*, *г*, решение $U(\tau)$ становится многозначным, что является физическим абсурдом. Это означает, что только часть решения (18) в области $Z>1$ описывает форму волны. Начиная с приведенного расстояния, равного единице (рис. 3, *б*), волна становится ударной, а решение, описывающее ее форму,— разрывным. Связь между значениями токов, зарядов и напряжений перед фронтом ударной волны и за ним выражается соотношениями

$$Lv_0(I_1-I_2)=U_1-U_2;\quad v_0(Q_1-Q_2)=I_1-I_2, \tag{21}$$

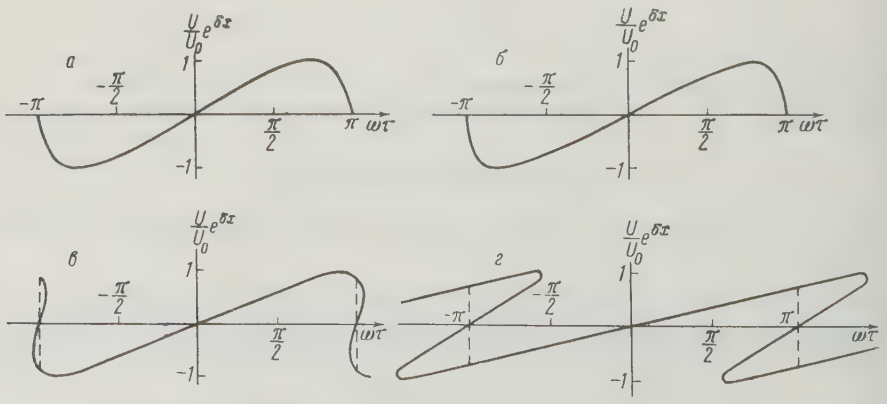


Рис. 3

v_0 — скорость фронта, а индексы 1 и 2 относятся к значениям перед за фронтом. Соотношения (21) легко получить, написав условия сшивания полей на разрывах в движущейся со скоростью v_0 системе координат. Исключая из этих соотношений значения разрывов токов и учитывая, что на разрыве $U_1 = -U_2$, имеем выражение для скорости фронта ударной волны

$$v_0^2 = \frac{1}{L}\frac{U_2 - U_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{1}{LC}, \tag{22}$$

т. е. фронт передвигается со скоростью распространения малых возмущений. На рис. 3, *в*, *г* фронт ударной волны показан пунктирными линиями.

Необходимо специально рассмотреть вопрос о возможности существования решений в виде бегущей волны в области образовавшихся разрывных решений уравнений (1). Это связано с тем, что в нелинейной системе скачок напряжений эквивалентен скачку значений параметров в линейной системе, а от него вообще должно иметь место отражение волн. Тем не менее, в рассматриваемом случае, как и в акустическом случае волн конечной точно малой амплитуды [6], таких отражений не существует. Это обусловлено тем, что значения (21) напряжений и токов до и после разрыва удовлетворяют проинтегрированному в окрестности скачка соотношению (1), справедливому вообще для двух любых точек линии 1 и 2:

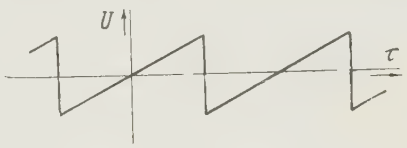


Рис. 4

$$I_1 - I_2 = \sqrt{\frac{C}{L}}(U_1 - U_2) + \frac{D}{2\sqrt{LC}}(U_1^2 - U_2^2) + \frac{G}{2\sqrt{LC}}\int_{U_2}^{U_1}\frac{U\,dU}{\frac{\partial U}{\partial t}}. \tag{23}$$

Два последних члена в правой части (23) равны нулю в окрестности разрыва и выражение (23) переходит в первое соотношение (21), что и показывает отсутствие отражений от скачков.

В соответствии с (20) имеем критическое значение входной амплитуды сигнала

$$U_{\text{кр}} = \frac{\delta}{\omega\alpha}, \tag{24}$$

выше которого приведенное расстояние нигде не может быть больше единицы. Разрывная волна в этом случае не формируется ни при каких расстояниях от входа.

Из рис. 3, *в*, *г* видно, что, начиная с приведенных расстояний $Z = \pi/2$, форма волны становится почти пилообразной (рис. 4). Такой вывод является общим, независимо от формы входного напряжения, если оно имеет периодический характер; при достаточно больших приведенных расстояниях форма волны становится пилообразной с уменьшающейся амплитудой. При подаче же на вход пилообразного напряжения волна в линии распространяется без искажения формы. Это означает, что, как в случае сильнодиспергирующей линии, существует стационарная форма волны, распространяющаяся по системе без искажений. Однако здесь имеется и существенное отличие от случая диспергирующей линии. Оно заключается в непременном уменьшении амплитуды этой волны даже в случае чистореактивных параметров системы.

В самом деле, как видно из рис. 3, *г*, амплитуда ударной волны уменьшается с расстоянием в случае $G = 0$ как

$$U \sim \frac{U_0}{1 + \alpha\omega U_0 x}. \tag{25}$$

Причина такого уменьшения заключается в специфическом затухании ударных волн (ср. с акустическим случаем [6]). Оно происходит оттого,

что в соответствии с соотношением

$$v = \frac{1}{\sqrt{L(C + 2DU)}}, \tag{2}$$

где v — скорость точки волнового профиля, положительная часть пол периода ($U > 0$) движется медленнее, чем отрицательная часть ($U < 0$ В результате между ними имеет место интерференция и они уничт жают друг друга.

Интересно отметить в связи с этим, что обычно принятая фор закона сохранения энергии

$$\frac{\partial \mathscr{E}}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial z} + GU^2 = 0, \tag{2}$$

где $\mathscr{E}$ — плотность волновой энергии; S — плотность потока энергии;

$$\mathscr{E} = \int_0^Q U dQ + \frac{1}{2} LI^2; \quad S = IU, \tag{2}$$

неправомерна в области существования ударных волн. Средний пото энергии $\bar{S}$ в случае $G = 0$ уменьшается с расстоянием в соответствии (25) по закону

$$\bar{S} \sim \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \frac{U_0^2}{(1 + \alpha\omega U_0 x)^2}, \tag{2}$$

в то время как согласно соотношению (27) он должен был бы ос ваться постоянным. Такое ненормальное явление объясняется влияни последовательно включенного сопротивления R (рис. 1) на волнов процесс даже в случае его исчезающе малой величины.

3. ВЛИЯНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО ВКЛЮЧЕННОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Ограничимся для простоты случаем, когда утечка G отсутствует потери энергии в системе обусловлены только наличием последов тельно включенного сопротивления R. Упрощенное уравнение, анал гичное (11), описывающее волновой процесс в этом случае, имеет ви

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \alpha U \frac{\partial U}{\partial \tau} = \delta \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2}. \tag{3}$$

Здесь α имеет прежнее значение (12), а δ в отличие от (12) равно

$$\delta = \frac{1}{2} RC \sqrt{LC}. \tag{3}$$

Уравнение (30) подстановкой [7, 8]

$$U = -\frac{2\delta}{\alpha} \frac{\frac{\partial v}{\partial \tau}}{v} \tag{3}$$

сводится к линейному уравнению типа теплопроводности

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \delta \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2}, \tag{3}$$

причем при синусоидальном напряжении на входе (17) граничное усл вие для (33) имеет вид

$$\text{при } x = 0 \quad v = e^{\frac{\alpha U_0}{2\omega\delta} \cos \omega\tau}. \tag{3}$$

Решение уравнения (33) с граничным условием (34) можно представить в виде интеграла или в виде ряда Фурье:

$$v = \frac{1}{2\sqrt{\pi\delta x}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{\alpha U_0}{2\omega\delta}\cos\omega y - \frac{(\tau-y)^2}{4\delta x}} dy = 2\sum_{n=0}^{\infty} J_n\left(\frac{\alpha U_0}{2\omega\delta}\right) e^{-\omega^2 n^2 \delta x}\cos\omega n\tau. \quad (35)$$

здесь J_n — функции Бесселя от мнимого аргумента. Представление волнового процесса в виде спектра гармонических составляющих показывает, что высокочастотные составляющие затухают очень сильно. В наиболее интересном случае

$$R\omega C \ll \frac{DU_0}{C} \quad (36)$$

это представление описывает волновой процесс лишь на достаточно больших расстояниях от входа, когда

$$x \gg \frac{2}{\omega^2\delta} \text{ или } \gamma x \gg 4Q_0, \quad (37)$$

где $Q_0 = 1/R\omega C$ — добротность системы; $\gamma = \omega\sqrt{LC}$ — ее волновое число. В этом случае форма волны является в первом приближении синусоидальной:

$$U \simeq \frac{2\delta\omega}{\alpha}\frac{J_1\left(\frac{\alpha U_0}{2\omega\delta}\right)}{J_0\left(\frac{\alpha U_0}{2\omega\delta}\right)} e^{-\omega^2\delta x}\sin\omega\tau \simeq \frac{1}{Q_0}\left(\frac{C}{DU_0}\right) U_0 e^{-\omega^2\delta x}\sin\omega\tau. \quad (38)$$

Все высшие составляющие спектра волны, образовавшиеся на первом участке линии, где

$$\alpha\omega U_0 x \lesssim 1 \text{ или } \gamma x \lesssim \frac{C}{DU_0}, \quad (39)$$

на расстояниях, определяемых соотношением (37), уже ослаблены из-за неравномерного затухания настолько, что их амплитуды значительно меньше амплитуды основной составляющей (38).

Для анализа процесса формирования и «расплывания» почти разрывной волны следует воспользоваться интегральным представлением (35) решения (33). Вычисляя интеграл методом перевала, можно получить соответствующие аналитические выражения [9]. Из этих выражений следует, что вплоть до значений

$$\gamma x = \frac{C}{DU_0}\left(1 - \frac{1}{Q_0}\right) \quad (40)$$

влиянием сопротивления R на процесс формирования почти разрывной волны можно в первом приближении пренебречь.

Минимально достижимая длительность квази-разрыва волны, имеющая место на расстояниях, порядок которых

$$\gamma x \simeq \frac{C}{DU_0}\frac{\pi}{2}, \quad (41)$$

соответствует фазовому интервалу $[\omega\tau]$:

$$[\omega\tau] = 2\frac{1}{Q_0}\left(\frac{C}{DU_0}\right). \quad (42)$$

При дальнейшем движении волны ее форма может быть описана выраже-

нием

$$U = \frac{U_0}{1+\alpha\omega U_0 x}\left[\omega\tau - \pi\,\mathrm{th}\,\frac{\omega\tau}{\Delta}\right], \quad -\pi \leqslant \omega\tau \leqslant \pi, \tag{43}$$

где Δ выражает длительность квази-разрыва, равную

$$\Delta = \frac{1}{\pi}\,\frac{1}{Q_0}\,\frac{C}{DU_0}\left[1+\frac{DU_0}{C}\gamma x\right]. \tag{44}$$

При значениях γx, равных по порядку $4Q_0$, длительность «фронта» становится равной по порядку $\pi/2$ и волна, в сущности, приобретает почти синусоидальную форму.

Перейдем теперь к вопросу о течении энергии по системе. В рассматриваемом случае $G = 0$, $R \neq 0$ соотношение, аналогичное (27), имеет вид

$$\frac{\partial \mathscr{E}}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial z} = RI\,\frac{\partial^2 I}{\partial z^2}, \tag{45}$$

где в выражениях для плотности энергии $\mathscr{E}$ и плотности потока энергии S напряжение U относится к напряжению на емкостном элементе U_C (рис. 1), так что

$$U = U_C + R\,\frac{\partial Q}{\partial t}. \tag{46}$$

Как следует из (43), в области сформировавшегося квази-разрыва правая часть (45) равна нулю на периоде по τ всюду, кроме небольшой области квази-разрыва, ширина которой равна Δ. При уменьшении R эта область сужается, а значение правой части (45) в ней растет пропорционально $1/R$. Поэтому при усреднении по периоду

$$\frac{\overline{\partial S}}{\partial z} \neq 0$$

даже в том случае, когда $R \to 0$. Это означает, что причиной специфического затухания ударных волн является сопротивление R, последовательно включенное с емкостным элементом, которое играет существенную роль даже в случае исчезающей малости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При распространении радиоволн по слабопоглощающей линии с нелинейными распределенными параметрами форма волны искажается, становится разрывной и постепенно превращается в пилообразную, независимо от формы входного периодического напряжения. В случае пренебрежения частью потерь, растущей с частотой (пренебрежение распределенным сопротивлением, последовательно включенным с емкостью в рассматриваемом случае), пространственные масштабы этого превращения определяются приведенным расстоянием (соотношение (19)). При уменьшении входной амплитуды расстояние, на котором начинает формироваться разрыв в профиле волны, увеличивается и уходит в бесконечность при определенном конечном значении входной амплитуды.

При распространении по линии ударной волны имеет место специфическое рассеяние волновой энергии, которое сохраняется и в случае чисто реактивных параметров линии. Закон затухания волны определяется при этом выражением (19).

Учет влияния потерь, растущих с частотой, приводит к постепенному «завалу» фронта ударной волны и превращению ее в синусоидальную.

Максимально высокий номер гармонической составляющей, которая жет быть получена в системе, определяется в соответствии с (42) произ-ением добротности системы на параметр нелинейности (коэффициент дуляции емкости).

Автор выражает благодарность профессору Г. Хефнеру (Стенфордский иверситет, США) за интересные дискуссии по теме настоящей статьи.

ЛИТЕРАТУРА

Л. К. Заремба, В. А. Красильников, Некоторые вопросы распространения ультразвуковых волн конечной амплитуды в жидкостях, Успехи физ. наук, 1959, **68**, 4, 687.

А. В. Гапонов, Г. И. Фрейдман, К теории ударных электромагнитных волн в нелинейных средах, ЖЭТФ, 1959, **36**, 3, 957.

А. В. Гапонов, Г. И. Фрейдман, К теории ударных электромагнитных волн в нелинейных средах, Изв. вузов МВО СССР (Радиофизика), 1960, **3**, 1, 79.

R. Landauer, Parametric amplification along nonlinear transmission lines, J. Appl. Phys., 1960, **31**, 3, 478.

G. M. Roe, M. R. Boyd, Parametric energy conversion in distributed systems, Proc. I. R. E., 1959, **47**, 7, 1213.

Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика сплошных сред, Изд. 2-е, ГИТТЛ, 1953, стр. 457—462.

E. Hopf, The partial differential equation $U_t + UU_x = \mu U_{xx}$, Communs Pure and Appl. Math., 1950, **3**, 3, 201.

J. D. Cole, Quasi-linear parabolic equation occuring in aerodynamic, Quart. Appl. Math., 1951, **9**, 3, 225.

С. И. Солуян, Р. В. Хохлов, О распространении акустических волн конечной амплитуды в диссипативной среде, Вестн. Моск. ун-та, 1961, 3, 47.

Поступила в редакцию
24 VIII 1960

1961 №

НАВЕДЕННЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВИБРАТОРА В ВОЛНОВОДЕ

Л. С. Бененсон

Приведен вывод расчетных формул для собственных и наведенных сопротивлений токовых гармоник (суперпозиция которых может аппроксимировать любое распределение тока), распределенных на трубчатом вибраторе. Рассмотрены случаи размещения вибратора как в металлическом волноводе, так и в двумерной решетке стержней. Приведены расчетные графики, иллюстрирующие практическое применение полученных формул.

При решении ряда электродинамических задач, в которых фигурируют периодические структуры, составленные из вибраторов, необходимо найти комплексное сопротивление вибратора — элемента структуры, а также распределение тока на нем. Если последнее представить в виде суперпозиции токовых гармоник, образующих на поверхности вибратора полную ортогональную систему, то обе указанные задачи сводятся к расчету амплитуд отдельных токовых гармоник a_j и сопротивлений Z_{jk}, наведенных ими друг на друга.

Амплитуды a_j можно определить из системы линейных уравнений метода наведенных эдс, а комплексное сопротивление излучения Z равно

$$Z = \sum_{j,\,k} a_j a_k^* Z_{jk}. \qquad (1)$$

Поскольку коэффициентами при неизвестных амплитудах a_j в указанных уравнениях также являются Z_{jk}, то отсюда видно, насколько важно знать величины Z_{jk}.

Ниже дан расчет Z_{jk} в задаче о вибраторе, расположенном в двумерной решетке или в прямоугольном волноводе. Вычисления выполнены методом, в котором используется эквивалентность задач о вибраторе в волноводе и в двумерной решетке, получающейся в результате зеркального отображения вибратора в стенках волновода. Это позволяет весьма просто учесть как толщину вибратора, так и неравномерность распределения тока по его сечению. Отметим, что указанная эквивалентность использована в [1] при решении задачи о вибраторе, перегораживающем металлический волновод.

1. Рассмотрим задачу о цилиндрическом стержне, перегораживающем прямоугольный волновод, с двумя металлическими и двумя магнитными (т. е. идеально магнитопроводящими) стенками (рис. 1). Если в волноводе распространяется основная волна TEM, то ток в стержне будет иметь только одну составляющую (K_y), параллельную оси стержня, с распределением, постоянным вдоль стержня, представляемым в виде суперпозиции азимутальных гармоник:

$$K_y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos n\varphi, \qquad (2)$$

где угол φ отсчитывается от направления оси волновода (z).

Поле, возбуждаемое стержнем в волноводе, равно полю решетки синфазных стержней, получаемых путем зеркального отображения вибратора

стенках волновода, причем распределение токов во всех стержнях выжается формулой (2). Для нахождения наведенных сопротивлений ходимо просуммировать поля всех этих стержней, порожденные одноными гармониками. Поле n-й гармоники одного стержня можно вылить при помощи электрического вектора Герца $\vec{\Pi}_{en} = \Pi_{yn}\vec{i}_y$,

$$\Pi_{yn} = -\frac{\pi a Z_0}{2k} a_n J_n(ka)\, H_n^{(2)}(kR_0)\cos n\varphi. \qquad (3)$$

к как для расчета Z_{jk} необхомо найти поле на поверхности левого стержня, то в (3) целеобразно перейти к другой цилиндрической системе координат r, ψ, ось которой совпадает с ью нулевого стержня (рис. 2). гда

$$R_0 = \sqrt{R_{|p|}^2 + r^2 - 2rR_{|p|}\cos\psi},$$

е $R_{|p|} = |p|L_x$ равно расстоянию между старой и новой осями, е. между осями p-го и нулевостержней; L_x — период струкры.

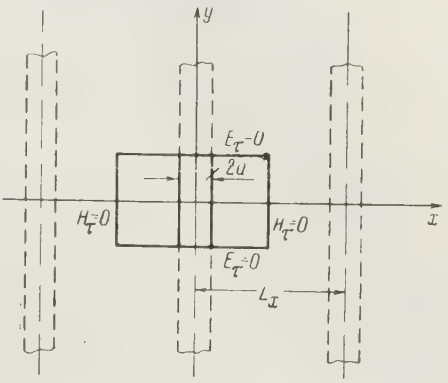


Рис. 1

Применяя теорему сложения я функций Ханкеля (см. [2], рмула (6.540.2)), получим для Π_{yn} выражение

$$\Pi_{yn} = -\frac{\pi a Z_0}{2k} a_n J_n(ka) \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n+m}^{(2)}(kR_{|p|})\, J_m(kr)\cos m\psi. \qquad (4)$$

Просуммируем теперь поля всех стержней, т. е. к полю нулевого ержня (которое получим из (3), полагая в нем $R_0 = r$) прибавим мму по p от $p = \pm 1$ до $p = \pm\infty$ полей типа (4). При этом следует

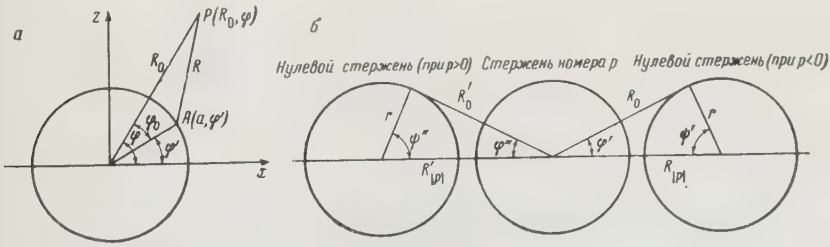


Рис. 2

есть, что если начало отсчета углов ψ и φ выбирать для всех стержней единообразно, например от положительного направления оси x, то я стержней, расположенных слева от нулевого, в (3) и (4) следует ψ заенить на $\pi - \psi$, а для стержней, расположенных справа, φ заменить $\pi - \varphi$. Это приведет к появлению дополнительных множителей $(-1)^n$ при $1 \leqslant p < \infty$ и $(-1)^m$ при $-\infty < p \leqslant -1$. Учитывая это, получим для вектора Герца суммарного поля выражение

$$\Pi_{yn}^{(\Sigma)} = -\frac{\pi a Z_0}{2k} a_n J_n(ka)\left\{H_n^{(2)}(kr)\cos n\varphi + \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(kr)\cos m\varphi \times \right.$$

$$\left. \times \sum_{p=1}^{\infty} H_{n+m}^{(2)}(kpL_x)\left[(-1)^n + (-1)^m\right]\right\}. \qquad (5)$$

Погонное (на единицу длины) сопротивление $Z_{n'n}$, наведенное полем $E_{yn} = k^2\Pi_{yn}^{(\Sigma)}$ на токовую гармонику номера n' нулевого стержня, равно

$$Z_{n'n} = -\frac{1}{(2\pi a)^2}\int_0^{2\pi} \cos n'\varphi \, \frac{E_{yn}}{a_n}\, ad\varphi. \tag{6}$$

После несложных вычислений получим

$$Z_{n'n} = \frac{kZ_0}{8} J_n(ka)\left\{ \varepsilon_{n'}\delta_{n'n} H_n^{(2)}(ka) + J_{n'}(ka)\left[1 + (-1)^{n+n'}\right] \times \right.$$
$$\left. \times \left[(-1)^{n'} \sum_{p=1}^{\infty} H_{n+n'}^{(2)}(kpL_x) + \sum_{p=1}^{\infty} H_{n-n'}^{(2)}(kpL_x) \right] \right\}, \tag{7}$$

где

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1, & n \neq 0 \\ 2, & n = 0 \end{cases}, \qquad \delta_{nn'} = \begin{cases} 0, & n' \neq n \\ 1, & n' = n \end{cases}. \tag{8}$$

При $n + n'$, равном нечетному числу, $Z_{n'n} = 0$, т. е. четные и нечетные гармоники между собой не взаимодействуют.

Выражение (7) при $n' = n = 0$, т. е. Z_{00}, представляет собой сопротивление излучения стержня в нулевом приближении, когда в распределении тока достаточно учитывать лишь нулевую гармонику:

$$Z_{00} = \frac{kZ_0}{4} J_0(ka)\left\{ H_0^{(2)}(ka) + 2J_0(ka) \sum_{p=1}^{\infty} H_0^{(2)}(kpL_x) \right\}. \tag{9}$$

При падении на стержень в волноводе волны TEM на токовые гармоники воздействует погонная интегральная электродвижущая сила

$$f_0^{(n)} = \frac{1}{2\pi a}\int_0^{2\pi} \cos n\varphi E_y^{(TEM)} ad\varphi. \tag{10}$$

Так как

$$E_y^{(TEM)} = e^{-ikz} = e^{-ika\cos\varphi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-i\frac{n\pi}{2}} J_n(ka)\, e^{in\varphi}, \tag{11}$$

то для $f_0^{(n)}$ найдем

$$f_0^{(n)} = i^{-n} J_n(ka). \tag{12}$$

Решая систему уравнений метода наведенных эдс:

$$\sum_j a_j Z_{jk} = \frac{f_0^{(k)}}{2\pi a}, \tag{13}$$

найдем, учитывая только нулевую и первую гармоники:

$$a_0 = \frac{f_0^{(0)}}{2\pi a Z_{00}}, \quad a_1 = \frac{f_0^{(1)}}{2\pi a Z_{11}}, \quad K_y = a_0\left(1 + \frac{a_1}{a_0}\cos\varphi\right). \tag{14}$$

Для оценки влияния высших гармоник тока целесообразно вычислить коэффициент отражения Г от стержня в эквивалентном волноводе.

Так как взаимодействие между нулевой и первой гармониками отсутствует, то полный коэффициент отражения равен сумме частичных, обусловленных обеими гармониками порознь:

$$\Gamma = -\frac{R_{00}}{Z_{00}} - \frac{R_{11}}{Z_{11}}. \tag{15}$$

2. Больший практический интерес представляет задача о вибраторе, в перегораживающем полностью волновод, поскольку она соответствует металлодиэлектрику, выполненному из стержней конечной длины (рис. 3). При строгом решении этой задачи следовало бы учесть, что на таких стержнях, помимо осевых токов, будут и азимутальные токи, обусловленные высшими типами волн в эквивалентном волноводе, возбужденными самим стержнем (волна *TEM* и в этом случае возбуждает лишь осевые токи). Однако учет азимутальных токов чрезвычайно сильно усложнил бы расчет. Поскольку роль этих токов невелика, мы в дальнейшем ими пренебрегаем. Распределение осевых токов на поверхности стержня возьмем в виде двойного ряда Фурье:

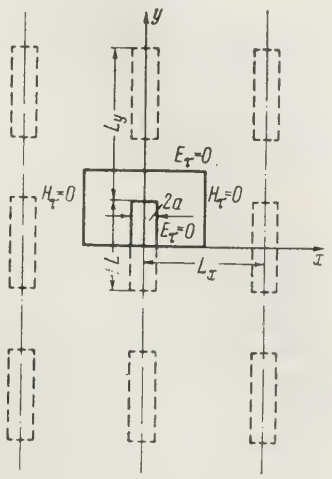


Рис. 3

$$K_y = \sum_{p=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty} \frac{C_{mp}}{2\pi a} \cos\frac{(2m+1)\pi}{L} y \cos p\varphi,$$

$$-\frac{L}{2} \leqslant y \leqslant \frac{L}{2},\ 0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi \qquad (16)$$

(L — длина вибратора). Ряд по координате y содержит лишь нечетные косинусоидальные гармоники, так как распределение тока симметрично относительно центра вибратора, а на его концах обращается в нуль (таким образом, строго говоря, рассматривается вибратор, представляющий собой цилиндрическую трубку, а не сплошной стержень). При расчете поля, создаваемого вибратором в волноводе, поступим как и в предыдущем случае, переходя от одиночного стержня к двумерной решетке, получаемой в результате зеркального отображения вибратора в стенках. Выражение

$$\Pi_y = \frac{Z_0}{4\pi ik}\int_{s_0} K_y \frac{e^{-ikr}}{r} ds = \frac{Z_0}{4\pi ik}\int_{s_e}\sum_{n=-\infty}^{\infty} K_y \frac{e^{-ik\sqrt{R^2+(y-y'-nL_y)^2}}}{\sqrt{R^2+(y-y'-nL_y)^2}} a d\varphi dy',$$

$$-\frac{L_y}{2} \leqslant y \leqslant \frac{L_y}{2} \qquad (17)$$

для вектора Герца поля одного вертикального ряда стержней преобразуем, используя формулу Пуассона и теоремы сложения (см. [3], формула (14) и [2], формулы (6.541.2), (6.540.2)) для функций Ханкеля. При этом получим для стержней нулевого ряда

$$\Pi_y^{(mp)} = -\frac{\pi a Z_0}{2kL_y}\sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{nmp} J_p(\gamma_n a) H_p^{(2)}(\gamma_n R_0)\cos p\varphi e^{-i\frac{2n\pi}{L_y}y}, \qquad (18)$$

для стержней ряда номера t

$$\Pi_y^{(mp)} = -\frac{\pi a Z_0}{2kL_y}\sum_{n,l=-\infty}^{\infty} B_{nmp} J_p(\gamma_n a) J_l(\gamma_n r) H_{p+l}^{(2)}(\gamma_n t L_x)\cos l\psi e^{-i\frac{2n\pi}{L_y}y}, \qquad (19)$$

где

$$B_{nmp} = 2\cos\frac{n\pi L}{L_y}\frac{(-1)^m\frac{2m+1}{L}\pi}{\left(\frac{2m+1}{L}\pi\right)^2-\left(\frac{2n\pi}{L_y}\right)^2} C_{mp}. \qquad (20)$$

Суммарное поле на поверхности стержней нулевого ряда найдем, суммируя выражения (19) по t от ± 1 до $\pm\infty$ и добавляя поле нулевого ряда (18), причем в (18) и (19) следует положить $R_0 = r = a$:

$$E_y^{(mp)} = -\frac{\pi a Z_0}{2kL_y}\sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{nmp}\gamma_n^2\left\{J_p(\gamma_n a)H_p^{(2)}(\gamma_n a)\cos p\varphi + \right.$$

$$\left. + \sum_{t=1}^{\infty}\sum_{l=-\infty}^{\infty} J_{p'}(\gamma_n a)J_l(\gamma_n a)\cos l\psi H_{p+l}^{(2)}(\gamma_n tL_x)\left[(-1)^p + (-1)^l\right]\right\} e^{-i\frac{2n\pi}{L_y}y}. \quad (21)$$

Сопротивление $Z_{p'm',pm}$, наведенное гармоникой с индексами pm на гармонику с индексами $p'm'$, определяется выражением

$$Z_{p'm',pm} = \int_{-L/2}^{L/2}\int_0^{2\pi}\frac{E_y^{(mp)}}{(2\pi a)^2 C_{mp}}\cos p'\varphi\cos\frac{(2m'+1)\pi}{L}y a d\varphi dy. \quad (22)$$

Подставляя вместо $E_y^{(mp)}$ выражение (21) с учетом (20) и выполняя интегрирование, получим

$$Z_{p'm',pm} = \frac{Z_0}{2kL_y}\times$$

$$\times\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{(-1)^{m+m'}\gamma_n^2\cos^2\frac{n\pi L}{L_y}\left(\frac{2m+1}{L}\pi\right)\left(\frac{2m'+1}{L}\pi\right)}{\left[\left(\frac{2m+1}{L}\pi\right)^2-\left(\frac{2n\pi}{L_y}\right)^2\right]\left[\left(\frac{2m'+1}{L}\pi\right)^2-\left(\frac{2n\pi}{L_y}\right)^2\right]}J_p(\gamma_n a)\times$$

$$\times\left\{\varepsilon_{l0}\delta_{pp'}H_p^{(2)}(\gamma_n a)+J_{p'}(\gamma_n a)\left[1+(-1)^{p+p'}\right]\sum_{t=1}^{\infty}\left[(-1)^{p'}H_{p+p'}^{(2)}(\gamma_n tL_x)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+H_{p-p'}^{(2)}(\gamma_n tL_x)\right]\right\}. \quad (23)$$

Отметим, что в (23) члены, соответствующие волне TEM, совпадают с выражением (7), относящимся к стержню, полностью перегораживающему волновод. Наибольший практический интерес представляет величина $Z_{00,00}$, равная комплексному сопротивлению излучения стержня в эквивалентном волноводе в предположении, что распределение тока представимо одной нулевой гармоникой ряда (16). Для нее имеем

$$Z_{00,00} = \frac{(kL)^2 Z_0}{\pi^2(kL_y)}\left\{J_0(ka)H_0^{(2)}(ka)+2J_0^2(ka)\sum_{t=1}^{\infty}H_0^{(2)}(ktL_x)-\right.$$

$$-\frac{4i}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2\frac{n\pi L}{L_y}}{\left[1-\left(\frac{2nL}{L_y}\right)^2\right]^2}\left(\frac{\delta_n}{k}\right)^2\left[I_0(\delta_n a)K_0(\delta_n a)+\right.$$

$$\left.\left.+2I_0^2(\delta_n a)\sum_{t=1}^{\infty}K_0(\delta_n tL_x)\right]\right\}. \quad (24)$$

В (24) члены, обусловленные основной волной TEM и высшими типами волн, выписаны раздельно, причем положено $\gamma_n = -i\delta_n$ и использовано соотношение $H_0^{(2)}(-iz) = \frac{2i}{\pi}K_0(z)$.

Выражение (24) можно непосредственно использовать для более точ-
х расчетов фазовой скорости в структуре по формуле (30) работы
. Из (24) видно, что распространяющаяся волна (TEM) обусловли-
т индуктивную реактивную часть собственного сопротивления стержня
к как $H_0^{(2)}(ka) = J_0(ka) - iN_0(ka)$, а $N_0(ka) < 0$ при $ka \ll 1$), а выс-
е типы волн — емкостную часть (так как $K_0(\delta_n a) > 0$).
Обусловленная волной TEM интегральная эдс, воздействующая на
ковую гармонику, равна

$$_{pm} = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi a} e^{-ikz} \cos p\varphi \cos \frac{(2m+1)\pi}{L} y a d\varphi dy = \frac{2Li^p(-1)^{m+p} J_p(ka)}{(2m+1)\pi}. \quad (25)$$

3. Наведенные сопротивления в случае стержня в металлическом вол-
оде легко можно определить тем же методом, что и примененный выше.
бходимо только учитывать, что поскольку боковые стенки волново-
— металлические, то при зеркальном отображении в них мы получим
тикальные ряды вибраторов со знакопеременными токами, т. е. от-
ающимися множителем $(-1)^t$, где t — номер вертикального ряда.
и этом, например, выражения для Z_{00} и $Z_{00,00}$ в этом случае получим
соответствующих формул (9) и (24), вводя множители $(-1)^t$ под зна-
и сумм по индексу t. Для расчета фазовой скорости в линейной решет-
стержней в металлическом волноводе можно использовать уравнение
работы [4], которое выведено для металлодиэлектрика в виде трехмер-
периодической структуры, но остается справедливым и в рассматрива-
м случае. Необходимо лишь учитывать, что в металлическом волно-
е основной волной является не TEM, а волна H_{10}. В связи с этим вол-
ое число k в уравнении (30) работы [4] должно быть заменено на по-
инную распространения γ_{10} волны H_{10}.

4. Метод учета конечной толщины стержней рассмотрен выше на при-
е стержней в волноводе, что соответствует металлодиэлектрику, в ко-
ом волна распространяется вдоль одной из декартовых осей периоди-
кой решетки структуры. Не составит труда обобщить полученные ре-
ультаты на случай произвольного направления распространения волн
еталлодиэлектрике. Для упрощения записи ограничимся случаем,
да ток на стержне описывается одной нулевой гармоникой. Если на-
вление распространения лежит в плоскости xoz, перпендикулярной
жням, то токи в вертикальных рядах стержней, образующих двумер-
поперечную (к оси z) решетку, отличаются множителем $e^{-ith_xL_x}$,
t — номер вертикального ряда; h_x — x-составляющая постоянной
спространения волн в структуре; L_x — период структуры по оси x.
Выражения для Z_{00} и $Z_{00,00}$ при этом получим из формул (9) и (24),
я под знак сумм по индексу t множители $\cos(ph_xL_x)$ и $\cos(th_xL_x)$
ответственно.
В общем случае произвольного направления распространения рас-
еление тока на стержнях поперечной решетки имеет вид

$$K_y = e^{-ith_xL_x - inh_yL_y}\psi(y), \quad (26)$$

ичисла t, n определяют положение стержня в решетке; h_x, h_y — со-
ляющие фазовой постоянной; L_x, L_y — периоды решетки по осям
y.
Функцию $\psi(y)$ запишем в виде

$$\psi(y) = \overline{\psi}(y)\, e^{-ih_yy}, \quad (27)$$

выделяя множитель $e^{-ih_y y}$, обусловленный наличием распространен по оси y; $\overline{\psi}(y)$ можно при этом представить в виде двойного ря Фурье (16).

Нетрудно убедиться, что выражение для $Z_{00,00}$ имеет вид

$$Z_{00,00} = \frac{L^2 Z_0}{\pi^2 k L_y} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_n^2 \cos^2 \frac{n\pi L}{L_y}}{\left[1 - \left(\frac{2nL}{L_y}\right)^2\right]^2} J_0(\gamma_n a) \left\{ H_0^{(2)}(\gamma_n a) + \right.$$

$$\left. + 2 J_0(\gamma_n a) \sum_{t=1}^{\infty} \cos(t h_x L_x) H_0^{(2)}(\gamma_n t L_x) \right\}, \qquad (2$$

где

$$\gamma_n = \sqrt{k^2 - \left(\frac{2n\pi}{L_y} + h_y\right)^2}. \qquad (2$$

5. На рис. 4 (*1* — точный расчет, *2* — приближенный расчет, жирн кривая — одиночный стержень) и 5 (*1* — точный расчет, *2* — приближ ный расчет) приведены графики отношения X_{00}/R_{00}, построенные по точной формуле (9) и приближенной формуле (когда стержни решетки заменены осевыми линейными токами, а Z_{00} вычисляется как сопротивление, наведенное ими на линейный ток, расположенный на расстоянии от оси нулевого стержня, равном его радиусу). Графики соответствуют двум значениям поперечного периода структуры $L_x/\lambda = 0{,}4$; 0,1 и построены в зависимости от ра-

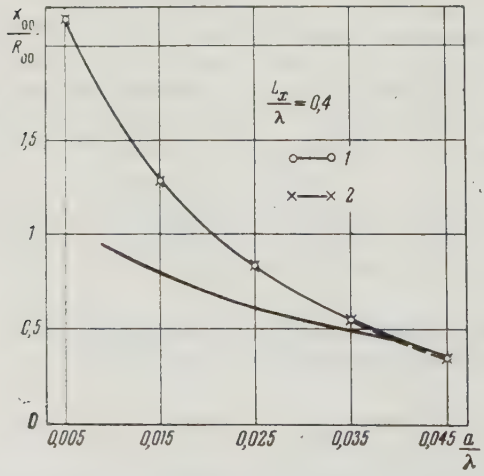


Рис. 4

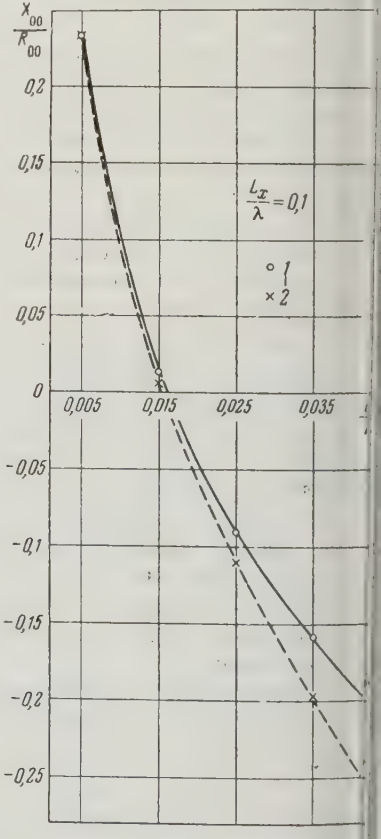


Рис. 5

диуса стержня a/λ. Для сравнения на одном из графиков построена вая $X_{00}R_{00} = -N_0(ka)/J_0(ka)$, соответствующая одиночному стер (см. формулу (9)). В таблице приведены данные об относительном расх дении точных и приближенных значений $X_{00}/R_{00} = \xi$.

Из рис. 4, 5 и таблицы видно, что расхождение между точными и приближенными значениями X_{00}/R_{00} возрастает с уменьшением периода структуры (когда усиливаются взаимодействия между стержнями решетки) и увеличением диаметров стержней, что и следовало ожидать. При малых периодах ($L_x/\lambda = 0{,}1$—$0{,}2$) поправки достигают существенных величин (порядка 10—30%) даже при не очень толстых стержнях ($a/\lambda \cong 0{,}025$—$0{,}045$).

$\frac{L_x}{\lambda}$	$\frac{a}{\lambda}$	$\frac{\Delta\xi}{\xi}$, %
0,1	0,005	0,4
	0,025	22
	0,035	25
	0,045	29
0,2	0,005	0,04
	0,015	0,95
	0,025	8
	0,045	21
0,4	0,015	0
	0,035	1
	0,045	2

Сравнение кривых X_{00}/R_{00} одиночного стержня и стержня в решетке показывает существенное различие между ними, особенно заметное при малых периодах. В частности, у одиночного стержня всегда $X_{00}/R_{00} > 0$, тогда как у стержня в решетке X_{00}/R_{00} может быть как положительным, так и отрицательным (последнее — при малых периодах). Возможно, однако, что в областях, где $X_{00}/R_{00} < 0$, уже необходимо учитывать высшие азимутальные гармоники тока на стержнях *.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Левин, Современная теория волноводов, перев. с англ., ИЛ, 1954.
2. И. М. Рыжик, И. С. Градштейн, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, ГИТТЛ, 1951.
3. Я. Н. Фельд, Л. С. Бененсон, Расчет фазовых скоростей волн в искусственном металлодиэлектрике, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 3, 417.
4. Я. Н. Фельд, Падение электромагнитных волн на двойные бесконечные решетки, Докл. АН СССР, 1956, 107, 1, 71.

Поступила в редакцию
28 VII 1960

---

* При вычислении Z_{00} формулу (9) удобно преобразовать, используя формулы (6.531.1), (6.532.3) и (6.534.3) в [2]. В случаях стержней в металлическом волноводе или в структуре при наклонном падении возбуждающей волны преобразование выполняется при помощи формул (6.532.1), (6.532.3), (6.533.1), (6.533.3) и последующих. В частности, при $ka \ll 1$ для R_{00} получается весьма простое выражение

$$\frac{R_{00}}{kZ_0} = \frac{1}{2}\,\frac{J_0^2(ka)}{kL_x}\,.$$

ИЗМЕРЕНИЕ РАДИАЛЬНЫХ ПРОВОДИМОСТЕЙ АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫХ СИСТЕМ С ИНДУКТИВНЫМИ СТЕНКАМИ

Л. В. Касаткин

Предложен метод измерения радиальных проводимостей аксиально-симметричных систем с индуктивными стенками. Суть метода состоит в экспериментальном определении характеристик распространения электромагнитных колебаний в диэлектрическом стержне, помещенном в пролетный канал исследуемой системы. На основании измеренных характеристик по приведенным расчетным зависимостям определяется индуктивная проводимость на границе диэлектрического стержня. Предложенный метод измерений применим для определения радиальных проводимостей периодических систем с осевой симметрией в запредельной полосе частот. Измеренные значения проводимостей могут быть использованы для расчета характеристик усиления электронных волн в трубке дрейфа с индуктивными стенками при условии, что усиление на единицу длины мало.

ВВЕДЕНИЕ

Характеристики усиления волн пространственного заряда при прохождении электронных пучков в трубках дрейфа с индуктивными стенками вне полосы пропускания существенно зависят от величины проводимости стенок, приведенной к радиусу пучка [1]. Так, например, можно показать, что диапазонность усиления возрастает с уменьшением частотной зависимости индуктивной проводимости стенок трубки дрейфа; уровень усиления растет с уменьшением (до некоторого предельного значения) абсолютной величины индуктивной проводимости, приведенной к пучку, и т. п.

При прочих неизменных условиях проводимость на границе пучка B_2 определяется величиной индуктивной проводимости B_1 стенок трубки дрейфа. Так [1], в системах с осевой симметрией индуктивная проводимость стенок $Y_1 = -jB_1$ на границе пролетного канала радиуса r_1 пересчитывается к границе пучка с радиусом r_2 в соответствии с выражением

$$Y_2 = -jB_2 = \frac{-j\omega\varepsilon}{k_e}\left\{\frac{I_1(k_e r_2)\,A(k_e r_1) + K_1(k_e r_2)\,B(k_e r_1)}{I_0(k_e r_2)\,A(k_e r_1) - K_0(k_e r_2)\,B(k_e r_1)}\right\}, \qquad (1)$$

где

$$A = K_0(k_e r_1) + \frac{\omega\varepsilon}{k_e B_1} K_1(k_e r_1); \qquad (2)$$

$$B = I_0(k_e r_1) - \frac{\omega\varepsilon}{k_e B_1} I_1(k_e r_1). \qquad (3)$$

Здесь $I_0(k_e r)$, $K_0(k_e r)$ и $I_1(k_e r)$, $K_1(k_e r)$ — модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядков соответственно; $k_e = 2\pi/\lambda\beta_e$; $\beta_e = v_e/c$; v_e — скорость электронов в пучке. Таким образом, сравнительная оценка параметров систем с индуктивными стенками с определенным диаметром пролетного канала может производиться по частотным зависимостям индуктивных проводимостей $B_1(f)$.

Ниже рассматривается метод экспериментального определения $B_1(f)$ путем нахождения характеристик распространения электромагнитных

олебаний в диэлектрическом стержне с проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon'$, по-ещенном в пролетный канал исследуемой системы. Суть метода заклю-ается в том, что характеристики распространения в диэлектрике опре-еляются граничными условиями на поверхности стержня, т. е. зависят от величины индуктивной проводимости трубки дрейфа.

1. ИЗМЕРЕНИЕ РАДИАЛЬНЫХ ПРОВОДИМОСТЕЙ «ГЛАДКИХ» СИСТЕМ С ИНДУКТИВНЫМИ СТЕНКАМИ

Рассмотрим для начала случай «гладкой» трубки дрейфа, когда ве-ичина индуктивной проводимости $Y_1 = -H_\varphi / E_z$ при $r = r_1$ остается еизменной вдоль всего дрейфа. Волновое уравнение при $r \leqslant r_1$ имеет ид

$$\nabla^2_{r,\varphi} E_z + \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} + k^2 E_z = 0, \tag{4}$$

де $k = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\varepsilon'}$. В случае осевой симметрии поля решения этого урав-ения для волны типа TM_{01} определяются выражениями

$$E_z = AJ_0(r\sqrt{k^2-\gamma^2})\, e^{j(\omega t-\gamma z)}, \tag{5}$$

$$E_r = A\,\frac{-j\gamma\sqrt{k^2-\gamma^2}}{\gamma^2-k^2} J_1(r\sqrt{k^2-\gamma^2})\, e^{j(\omega t-\gamma z)}, \tag{6}$$

$$H_\varphi = A\,\frac{-j\omega\varepsilon\sqrt{k^2-\gamma^2}}{\gamma^2-k^2} J_1(r\sqrt{k^2-\gamma^2})\, e^{j(\omega t-\gamma z)}. \tag{7}$$

$J_0(x)$, $J_1(x)$ — бесселевы функции нулевого и первого порядков. Про-одимость на границе диэлектрического стержня

$$Y_1 = -\frac{H_\varphi(r_1)}{E_z(r_1)} = \frac{-j\omega\varepsilon}{k^2-\gamma^2}\sqrt{k^2-\gamma^2}\,\frac{J_1(r_1\sqrt{k^2-\gamma^2})}{J_0(r_1\sqrt{k^2-\gamma^2})}. \tag{8}$$

Дисперсионное уравнение, определяющее фазовую скорость распростра-ения электромагнитных колебаний в диэлектрике, представим в виде словия согласования реактивных проводимостей на границе раздела при $r = r_1$):

$$B_1 = \frac{kr_1\sqrt{\varepsilon'}}{120\pi}\,\frac{1}{\varkappa}\,\frac{J_1(\varkappa)}{J_0(\varkappa)}, \quad \varkappa = r_1\sqrt{k^2-\gamma^2}. \tag{9}$$

На рис. 1 приведена зависимость $\frac{B_1\cdot 120\pi}{kr_1\sqrt{\varepsilon'}} = \frac{1}{\varkappa}\,\frac{J_1(\varkappa)}{J_0(\varkappa)} = f(\varkappa)$. Пунк-ирная кривая соответствует условиям замедления волн в стержне ($v_\Phi \leqslant c/\sqrt{\varepsilon'}$), когда $\varkappa = j\bar{\varkappa} = jr_1\sqrt{\gamma^2-k^2}$, и дисперсионное уравнение риобретает вид

$$B_1 = \frac{kr_1\sqrt{\varepsilon'}}{120\pi}\,\frac{1}{\bar{\varkappa}}\,\frac{I_1(\bar{\varkappa})}{I_0(\bar{\varkappa})}. \tag{10}$$

Сплошная кривая на рис. 1 соответствует условию $v_\Phi \geqslant c/\sqrt{\varepsilon'}$. При каждом фиксированном значении B_1 и при $v_\Phi > c/\sqrt{\varepsilon'}$ могут распро-страняться волны с различными радиальными вариациями. В области замедления электромагнитных колебаний ($v_\Phi < c/\sqrt{\varepsilon'}$) дисперсионное уравнение (10) определяет связь между B_1 и $\bar{\varkappa}$ однозначно.

При $B_1 \to \infty$, когда пространство дрейфа выполнено в виде трубки с идеально проводящими стенками, (9) преобразуется в известное вы-ражение, определяющее длину волны в заполненном диэлектриком

волноводе

$$\Lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon'}}\left[1-\left(\frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon'}\lambda_{кр}}\right)^2\right]^{-1/2},$$

где $\lambda_{кр} = 2{,}61\, r_1$.

При конечном значении индуктивной проводимости B_1 критическая длина волны определится из условия $\gamma \to 0$ выражением

$$B_1 \cdot 120\pi = \sqrt{\varepsilon'}\,\frac{J_1(k_{кр}r_1)}{J_0(k_{кр}r_1)}\,. \qquad (11)$$

На рис. 2 приведено семейство зависимостей $B_1 \cdot 120\pi = F\left(\varepsilon', \frac{\lambda_{кр}}{r_1}\right) = \sqrt{\varepsilon'}\,\frac{J_1\left(2\pi\sqrt{\varepsilon'}\,\frac{r_1}{\lambda_{кр}}\right)}{J_0\left(2\pi\sqrt{\varepsilon'}\,\frac{r_1}{\lambda_{кр}}\right)}$, рассчитанных для различных значений ε'. В соответствии с этим один из методов определения индуктивной проводимости стенок системы состоит в измерении критической длины волны при помещении в пролетный канал диэлектрического стержня радиуса r_1 с известной величиной ε'. Помещая в исследуемую систему стержни с различными значениями ε' и измеряя при этом длинноволновые границы полосы пропускания, можно, в соответствии с (11) и рис. 2, определить частотную зависимость $B_1(f)$.

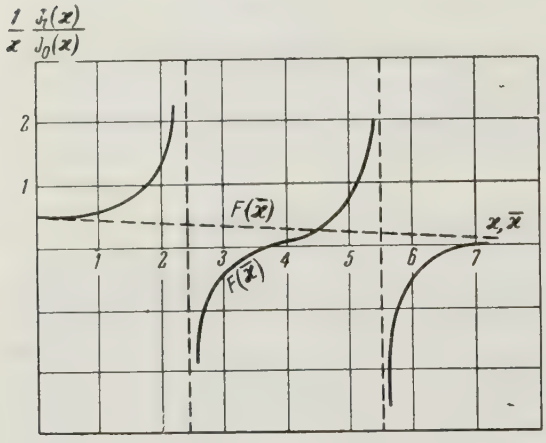


Рис. 1

Другой метод определения $B_1(f)$ состоит в снятии дисперсионной зависимости системы с индуктивными стенками с диэлектрическим стер-

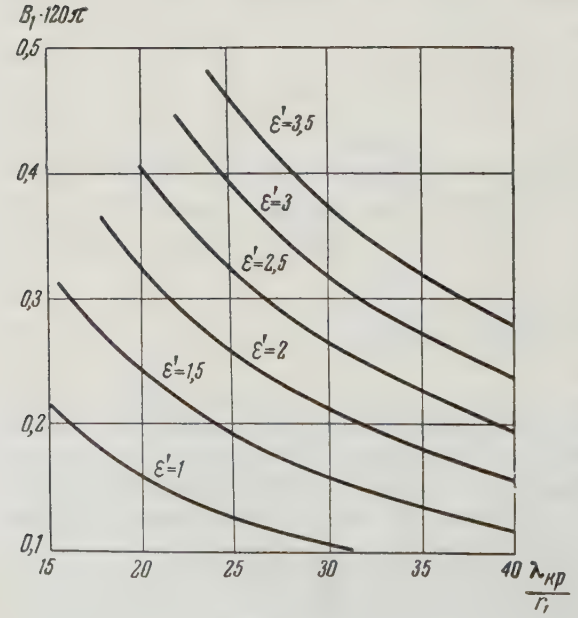


Рис. 2

Рис. 1. Зависимости функции $\frac{1}{\varkappa}\frac{J_1(\varkappa)}{J_0(\varkappa)}$ от $\varkappa$ при $v_ф > c/\sqrt{\varepsilon'}$ (сплошная кривая) и функции $\frac{1}{\bar{\varkappa}}\frac{I_1(\bar{\varkappa})}{I_0(\bar{\varkappa})}$ от $\bar{\varkappa}$ при $v_ф < c/\sqrt{\varepsilon'}$ (пунктирная кривая), определяющие связь коэффициента распространения в системе с величиной $B_1 \cdot 120\pi/kr_1\sqrt{\varepsilon'}$

Рис. 2. Семейство зависимостей радиальной индуктивной проводимости $B_1 \cdot 120\pi$ от $\lambda_{кр}/r_1$, построенных для различных значений диэлектрических проницаемостей ε' стержня с радиусом $r = r_1$

ем в пролетном канале. На рис. 3 представлено семейство зависимостей $= v_ф/c = f(\lambda/r_1)$, построенных согласно (9), (10) для различных вели- индуктивных проводимостей $B_1 \cdot 120\pi$, при диэлектрической прони- мости стержня $\varepsilon' = 2{,}5$. При использовании этих зависимостей по ным измерений дисперсии системы диэлектрическим заполнением можно ределить частотную характеристику куктивной проводимости $B_1(f)$.

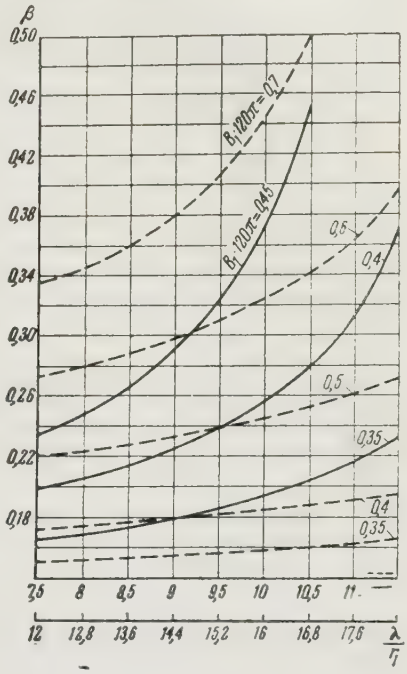


Рис. 3. Семейство зависимостей коэффициен- замедления $\beta = v_ф/c$ от λ/r_1, построен- их для различных величин радиальных ин- ктивных проводимостей $B_1 \cdot 120\pi$ на границе электрического стержня с $\varepsilon' = 2{,}5$ и ради- усом $r = r_1$

ИЗМЕРЕНИЕ РАДИАЛЬНЫХ ПРОВОДИ- МОСТЕЙ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИСТЕМ

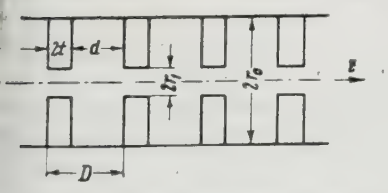
При выполнении системы с индук- ными стенками в виде цепочки свя- ных друг с другом резонаторов ис. 4), для которых условие осевой имметрии на границе пролетного кана- существенно не нарушается, гранич- е условия при $r = r_1$ необходимо очнить. В этом случае при сшивании лей на границе диэлектрического ержня так же, как и при расчете дис-

рсии диафрагмированного волновода [2], должны быть учтены про- ранственные гармоники поля в системе. При выполнении условий $\ll \lambda\beta$, $2t \ll D$, как известно [3], можно ограничиться лишь основной остранственной гармоникой. Граничные условия при $r = r_1$ имеют вид

$$E_{z\mathrm{I}}(r_1) = \frac{1}{D} \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} E_{z\mathrm{II}}(r_1) e^{-j\gamma z}\, dz, \qquad (12)$$

е. напряженность поля в диэлектрическом стержне приравнивается первой пространственной гармонике поля в системе;

$$\frac{1}{d} \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} H_{\varphi\mathrm{I}}(r_1)\, dz = H_{\varphi\mathrm{II}}(r_1), \qquad (13)$$



ис. 4. Цепочка связанных резо- наторов

т. е. напряженность магнитного поля в системе приравнивается средней в за- оре взаимодействия величине напряженности в диэлектрическом ержне. Здесь $E_{z\mathrm{I}}$ и $H_{\varphi\mathrm{I}}$ — составляющие поля в диэлектрическом ержне при $r \leqslant r_1$; $E_{z\mathrm{II}}$ и $H_{\varphi\mathrm{II}}$ — составляющие поля в секциях диа- рагмированного волновода при $r \geqslant r_1$. Дисперсионное уравнение при-

обретает вид

$$B_1 = \frac{M_e k r_1 \sqrt{\varepsilon'}}{120\pi} \frac{1}{\varkappa} \frac{J_1(\varkappa)}{J_0(\varkappa)} . \quad (14)$$

Для диафрагмированных волноводов с узкими радиальными камерами, когда можно полагать, что напряженность электрического поля в зазоре радиальной линии (при $r = r_1$) $E_z = \text{const} = E_0$ и фазовый сдвиг на камеру $\psi < \pi/2$,

$$M_e = \frac{d}{D} \frac{\sin^2 \frac{\gamma d}{2}}{\left(\frac{\gamma d}{2}\right)^2} . \quad (15а)$$

Для диафрагмированных волноводов с тонкостенными пролетными трубками между зазорами взаимодействия в смежных камерах, когда напряженность поля в зазоре при $r = r_1$ может быть определена выражением

$$E_z = \frac{E_0}{\left\{1 - \left(\frac{2z}{d}\right)^2\right\}^{1/2}} \text{ [4]},$$

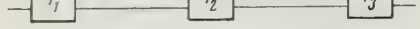


Рис. 5. Эквивалентная схема цепочки связанных резонаторов

$$M_e = \frac{d}{D} \frac{\sin \frac{\gamma d}{2}}{\frac{\gamma d}{2}} J_0\left(\frac{\gamma d}{2}\right). \quad (15б)$$

В системе связанных резонаторов радиальная индуктивная проводимость при внесении в пролетный канал диэлектрического стержня уже не является однозначной функцией частоты, а зависит также и от фазовой скорости волн в системе. В общем случае эта зависимость определяется не только множителем M_e (см. (15а), (15б)), но и характеристиками элементов связи между резонаторами. Действительно, эквивалентная схема цепочки резонаторов может быть представлена рис. 5. Здесь шестиполюсники P_1, P_2, P_3, ... соответствуют отдельным резонаторам, связанным друг с другом четырехполюсниками $S_{i,i+1}$ (например, щелевыми связями между резонаторами), а также отрезками линий $L_{i,i+1}$, подключенными (через трансформирующие устройства T_i) к клеммам $1-1'$, $2-2'$, ... и характеризующих параметры диэлектрического стержня в пролетном канале системы. В частном случае, когда $\varepsilon' = 1$ (стержень в канале отсутствует), в области частот вне полосы пропускания системы, волны вдоль цепочки резонаторов не распространяется, а быстро затухает при удалении от места возбуждения. При этом проводимость, измеренная на клеммах i, $i+1$ на некоторой фиксированной частоте ω вне полосы пропускания $Y_1(\omega_1) = I_i/U_i$ (I_i и U_i — ток и напряжение на клеммах i-го резонатора), будет в основном определяться параметрами i-го резонатора и лишь в незначительной степени зависеть от связей S. При введении в пролетный канал диэлектрического стержня его проницаемость ε' можно выбрать так, чтобы на частоте ω_1 в системе появилась распространяющаяся волна. При возбуждении такой системы на клеммах резонаторов $1-1'$, $2-2'$ и т. д. возникают напряжения и токи, сдвинутые по фазе друг относительно друга на некоторый угол ψ, зависящий от фазовой скорости волны v_Φ:

$$\psi = \frac{2\pi D}{\lambda} \frac{c}{v_\Phi} . \quad (16)$$

При этом, как нетрудно видеть из эквивалентной схемы, радиальная проводимость Y_1 в режиме бегущей волны будет зависеть от параметров

язей S и фазовых сдвигов между резонаторами. Таким образом, индук-
вная проводимость, измеренная при внесенном в пролетный канал
ержне с $\varepsilon' > 1$, зависит от v_Φ и может существенно отличаться от про-
димости при $\varepsilon' = 1$ и в отсутствие распространения. В связи с этим
обходимо найти значение β, при котором измеренная величина Y_1
ответствует индуктивной проводимости системы, определяющей харак-
ристики распространения волн пространственного заряда при про-
ждении пучка в пространстве дрейфа. Рассмотрим случай, когда в
медляющую систему вводится пучок электронов с плотностью тока i_0,
омодулированный на частоте ω_1, лежащей вне полосы пропускания
олодной» системы. Для упрощения предполагается, что плотность заря-
не изменяется в поперечном сечении и пучок полностью заполняет
ролетный канал *. Как известно [1], при учете только основной про-
ранственной гармоники электромагнитное поле в системе на границе
ролетного канала можно представить в виде

$$E_z = AJ_0(Tr_1)\, e^{j(\omega t - \gamma z)}, \tag{17}$$

$$H_\varphi = A\,\frac{-j\omega\varepsilon_0}{\gamma^2 - k^2}\, TJ_1(Tr_1)\, e^{(j\omega t - \gamma z)}, \tag{18}$$

е

$$T^2 = (\gamma^2 - k_0^2)\left[\frac{\gamma_p^2}{(\gamma - k_e)^2} - 1\right]. \tag{19}$$

етодом сшивания полей на границе пролетного канала можно состат
ть следующее уравнение, аналогичное дисперсионному (14):

$$B_1 = -\frac{M_e k}{120\,\pi}\,\frac{1}{(\gamma^2 - k_0^2)\, r_1}\, Tr_1\,\frac{J_1(Tr_1)}{J_0(Tr_1)}. \tag{20}$$

равнение (20) при определенных значениях индуктивной проводимости
удовлетворяется при некотором комплексном значении коэффициента
спространения

$$\gamma = \gamma_e \pm j\gamma_p q, \tag{21}$$

е $\gamma_p q$ — усиление электронной волны в неперах на сантиметр; $\gamma_p = \omega_p / v_e = \left[\frac{e}{m}\, i_0 / \varepsilon_0 v_e^3\right]^{1/2}$ — волновое число плазмы.

Таким образом, в рассматриваемом случае вдоль системы распро-
раняется связанная с пучком бегущая возрастающая волна с фазовой
ростью, определяемой ускоряющим потенциалом, т. е. $v_\Phi = v_e$.

Если на некоторой фиксированной частоте ω_1, лежащей в запре-
льной области исследуемой системы, выполняются условия: а) фазовая
рость волны при введении в систему диэлектрического стержня равна
азовой скорости усиливаемой электронной волны при введении в ка-
л пучка, т. е. $v_\Phi = v_e$, б) усиление электронной волны на единицу
лины дрейфа незначительно, т. е. $\gamma_p q \ll \gamma_e$, то величины индуктивных
роводимостей системы на границе пролетного канала (см. уравнения
9) и (20)) в этих двух случаях можно считать одинаковыми. Таким
разом, необходимо найти частотную зависимость радиальной индук-
вной проводимости при заданном значении фазовой скорости, опре-
ляемой величиной ускоряющего напряжения. Для этой цели нужно
овести серию измерений дисперсионных зависимостей $\beta(\lambda)$ исследуемой
стемы с диэлектрическими стержнями в пролетном канале, имеющими

* При диаметре пучка, меньшем диаметра пролетного канала, должно быть учте-
выражение (1) для трансформации полных сопротивлений.

различные значения $\varepsilon = \varepsilon', \varepsilon'', \varepsilon'''$... (см. рис. 6). При заданном значении $\beta = \beta_e$ по дисперсионным характеристикам определяются длины волн соответствующие различным диэлектрическим проницаемостям (λ_1, λ_2, λ_3... на рис. 6). Затем в соответствии с (14) либо по зависимостям $B_1 = f(\lambda / r_1, \varepsilon')$, построенным согласно (14) для заданного значения β

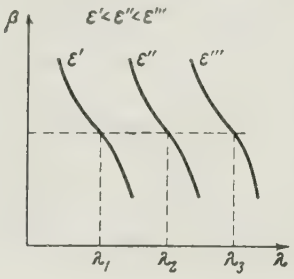


Рис. 6. Дисперсионные зависимости $\beta(\lambda)$ исследуемой системы при введении диэлектрических стержней с различными значениями $\varepsilon = \varepsilon'$, ε'', ε''' ... в пролетный канал

(см. рис. 7), определяются значения B_1, соответствующие найденным экспериментально величинам $\lambda_i(\varepsilon_i)$. На рис. 7 * пунктирной кривой представлена искомая зависимость $B_1 = f(\lambda / r_1)$ при $\beta = \beta_e$.

В том случае, когда диаметр диэлектрического стержня меньше диаметра пролетного канала, описанный выше метод позволяет при каждом фиксированном значении $\beta_e = v_e / c$ определять трансформированную к заданному радиусу проводимость системы. Естественно, что аналогичный метод измерений может быть развит и для исследования систем с плоской симметрией.

Отметим, что описанный процесс измерений с различными диэлектрическими стержнями оказывается необходимым лишь при наличии в системе дополнительных связей (связи S на рис. 5) между резонаторами. Если эти связи отсутствуют (например, в диафрагмированном волноводе с центральными пролетными отверстиями), то зависимость B_1 от фазовой скорости целиком определяется множителем M_c. В этом случае для определения $B_1 = f(\lambda, \beta)$ достаточно измерить дисперсионную зависимость с одним диэлектрическим стержнем и затем выполнить соответствующий пересчет на заданную фазовую скорость $v_\Phi = v_e$, пользуясь выражениями (14), (15).

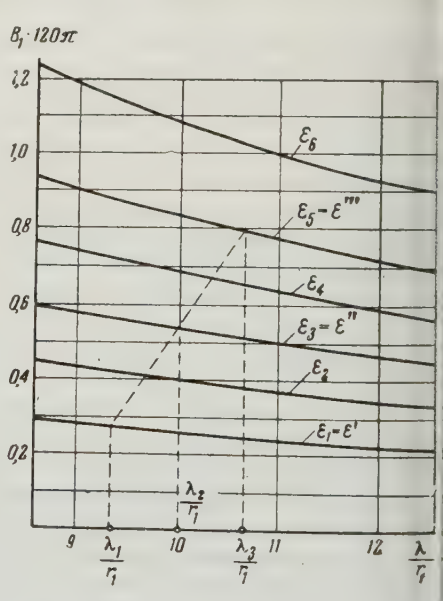


Рис. 7. Семейство зависимостей $B_1 \cdot 120\pi = f(\lambda / r_1, \varepsilon)$, построенных для фиксированного значения β_e и различных значений диэлектрических проницаемостей стержня в пролетном канале

* Зависимости рис. 7 построены для частного случая $\beta_e = 0{,}41$, $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 1$, $\varepsilon_3 = 2$, $\varepsilon_4 = 2{,}5$, $\varepsilon_5 = 3$, $\varepsilon_6 = 3{,}8$.

3. ЧАСТОТНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ РАДИАЛЬНОЙ ПРОВОДИМОСТИ СИСТЕМЫ С ИНДУКТИВНЫМИ СТЕНКАМИ

Приведенный анализ позволяет определить пути создания диапазонных систем с индуктивными стенками, у которых частотная зависимость $B_1(\omega)$ мала.

Нетрудно видеть из рис. 6 и 7, что частотная зависимость измеряемой индуктивной проводимости $B_1(\omega)$ при $\beta = \beta_e = \text{const}$ будет тем более пологой (и усиление в пространстве дрейфа более диапазонным), чем сильнее смещается по волне дисперсионная зависимость системы при

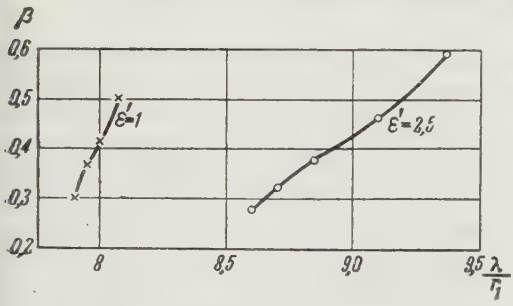


Рис. 8

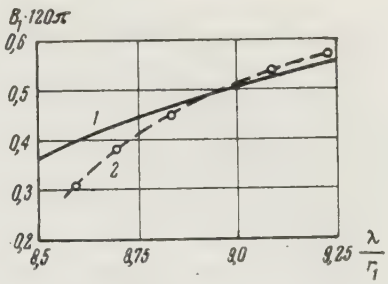


Рис. 9

Рис. 8. Дисперсионные зависимости диафрагмированного волновода $\beta(\lambda / r_1)$ без диэлектрического стержня ($\varepsilon' = 1$) и с диэлектриком с $\varepsilon' = 2{,}5$ в пролетном канале

Рис. 9. Теоретическая (*1*) и экспериментальная (*2*) зависимости $B_1 \cdot 120\pi = f(\lambda / r_1)$

введении диэлектрического стержня в пролетный канал. При использовании резонансного метода измерений дисперсионных зависимостей [5] смещению кривой дисперсии по волне соответствует расстройка резонатора при введении в него диэлектрика. Если представить исследуемый резонатор в виде двух связанных «частичных» областей, соответствующих $r \leqslant r_1$ и $r \geqslant r_1$, то собственная частота резонатора определится выражением

$$\omega_0^2 = \frac{\sum\limits_{i=1,2} \frac{1}{\mu_i} \int\limits_{V_i} (\operatorname{rot} E_i)^2 \, dV_i}{\sum\limits_{i=1,2} \varepsilon_i \int\limits_{V_i} E_i^2 dV_i}. \tag{22}$$

Используя метод возмущений, найдем, что при заполнении пролетного канала ($r < r_1$), т. е. первой области, диэлектриком с $\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon$, где $\Delta\varepsilon$ — малое возмущение, собственная частота резонатора

$$\omega^2 = \omega_0^2 \left[1 - \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_{01}} \frac{W_{E_1}}{W_{E_1} + W_{E_2}} \right]. \tag{23}$$

Здесь W_{E_1}, W_{E_2} — величины запасенной электрической энергии в первой и второй частичных областях соответственно.

Смещение резонансной частоты $\Delta\omega$ определится выражением

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = -\frac{\Delta\varepsilon}{2\varepsilon_{01}} \frac{W_{E_1}}{W_{E_1} + W_{E_2}}. \tag{24}$$

Таким образом, диапазонность системы с индуктивными стенками зависит от распределения запасенной энергии в исследуемом резонаторе и возрастает при увеличении энергии в области взаимодействия по сравнению с полной энергией, запасенной в системе.

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ

Экспериментальная проверка описанного метода была проведена на системе с положительной дисперсией, выполненной в виде диафрагмированного волновода с центральными отверстиями связи. При длинах волн, бо́льших длинноволновой границы полосы пропускания этого волновода, радиальная проводимость на границе пролетного канала индуктивна и определяется выражением

$$Y_1 = -j\frac{1}{120\pi}\frac{[J_1(k_0r_1)\,Y_0(k_0r_0) - J_0(k_0r_0)\,Y_1(k_0r_1)]}{[J_0(k_0r_1)\,Y_0(k_0r_0) - J_0(k_0r_0)\,Y_0(k_0r_1)]}. \qquad (25)$$

На рис. 8 представлены дисперсионные зависимости диафрагмированного волновода без диэлектрического стержня ($\varepsilon' = 1$) и с диэлектриком с $\varepsilon' = 2{,}5$ в пролетном канале. На рис. 9 приведены зависимости $B_1(\lambda/r_1)$: кривая *1*, рассчитанная согласно (25), и кривая *2*, определенная по данным измерений дисперсионной зависимости в соответствии с графиком рис. 3 и с учетом коэффициента M_e. Сопоставление этих зависимостей свидетельствует о достаточно хорошем совпадении теоретических и экспериментальных результатов. Увеличение расхождений в области более коротких волн, когда фазовый сдвиг на камеру $\psi > \pi/2$, связано, по-видимому, с тем, что при этом учет только основной пространственной гармоники оказывается недостаточным. Так же, как и при расчете диафрагмированных волноводов [3], существенное улучшение расчетных выражений может быть достигнуто учетом двух дополнительных пространственных гармоник в системе (первой — положительной и первой — отрицательной).

ЛИТЕРАТУРА

1. C. K. Birdsall, J. R. Whinery, Waves in an electron stream with general admittance walls, J. Appl. Phys., 1953, **24**, 3, 314.
2. А. И. Ахиезер, Я. Б. Файнберг, Медленные электромагнитные волны, Успехи физ. наук, 1951, **10**, 3, 321.
3. Л. Левин, Современная теория волноводов, перев. с англ., ИЛ, 1954.
4. A. H. Beck, Space-charge waves and slow electromagnetic waves, Pergamon Press, 1958.
5. E. J. Nalos, Measurement of circuit impedance of periodically loaded structures by frequency perturbation, Proc. I. R. E., 1954, **42**, 10, 1508.

Поступила в редакцию
22 VII 1960

ЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕЛИТЕЛЬНЫХ КЛИСТРОНОВ С ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ГРУППИРОВКОЙ

О. А. Барменков, С. А. Корнилов, Г. В. Ломакин

При теоретическом рассмотрении делительных клистронов с предварительной группировкой учитывается влияние остаточной модуляции скорости в луче и нелинейное распределение потенциала в пространстве группировки регенерированной части. Количественное сравнение теории с экспериментом, проведенным на отражательном делителе с предварительной группировкой, дало удовлетворительные результаты.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование клистронных делителей частоты интересно с точки зрения менения их в системах преобразования частоты молекулярного гене- ора. Опубликовано несколько работ, посвященных этому вопросу. татьях [1, 2] приведена теория двукратного деления частоты в клист- ах пролетного и отражательного типов. В сообщениях [3, 4], а также 2] изложены результаты экспериментального исследования делитель- клистронов разных типов, показавшие качественное согласие с орией.

Для количественного сравнения экспериментальных данных, получен- на специально созданном делительном клистроне [4], понадобилось сть в теории дополнительные факторы, а именно — одновременное йствие модуляции плотности и скорости луча на процесс деления тоты, а также влияние нелинейности распределения потенциала в странстве торможения. Целью работы, результаты которой изложены стоящей статье, явилось проведение соответствующих вычислений, акже детальное экспериментальное исследование делительного кли- она, позволившее уверенно сравнивать теоретические и эксперимен- ьные данные. Исследование проведено для случая двукратного деле- частоты.

1. ТЕОРИЯ ДЕЛИТЕЛЬНЫХ КЛИСТРОНОВ С ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ГРУППИРОВКОЙ ПРИ УЧЕТЕ СКОРОСТНОЙ МОДУЛЯЦИИ НА ВХОДЕ РЕГЕНЕРИРОВАННОЙ ЧАСТИ

Делители с отражательной и пролетной регенерированной частью есообразно рассматривать одновременно, так как описание их ана- ично. Эти приборы представлены на рис. 1.

Входная часть обоих клистронов одинакова и представляет собой мо- ирующий зазор с участком дрейфа Θ_1, на выходе которого имеются еменные составляющие тока и скорости, причем соотношение между и зависит от плотности объемного заряда и длины трубки дрейфа. истрон рис. 1, *а* назовем пролетным делителем, теория его без учета еменной составляющей скорости рассмотрена в [1]. Соответственно, истрон рис. 1, *б* назовем отражательным делителем. Теория его при — 0 (т. е. при учете только модуляции скорости) изложена в [2]. дальнейшем рассмотрении предполагаем, что регенерация входного ора отсутствует, т. е. в делителе отражательного типа применена

«фонтанирующая» оптика или любое другое приспособление, исключающ проникновение отраженных электронов во входной зазор.

Рассмотрение этих делителей проводится аналогично [1]; разни проявляется лишь при вычислении тока, наводимого на сетки выходно зазора. Ограничимся случаем небольшой группировки луча, поступа щего ко входу регенерированной части клистрона:

$$i_2 \simeq I_0 \left[1 + 2J_1\left(X_{00}\frac{\sin h_1 l_1}{h_1 l_1}\right)\cos\left(2\omega t_2 - \Theta_{01}\right)\right],$$

$$v_2 \simeq v_0\left[1 + \frac{X_{00}\cos h_1 l_1}{\Theta_{01}}\sin\left(2\omega t_2 - \Theta_{01}\right)\right].$$

Как выяснится далее, это не создаст серьезных ограничений при ср нении эксперимента с теорией, позволяя в то же время последовательн учесть продольную разгруппировку в пространстве дрейфа Θ_1.

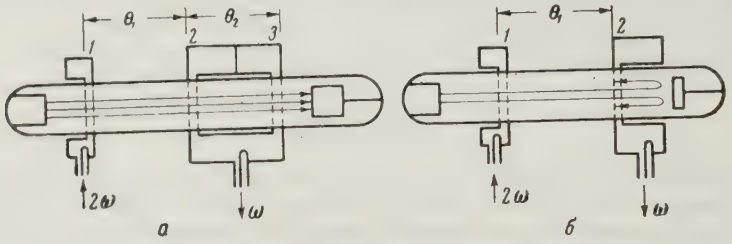


Рис. 1. Пролетный (*а*) и отражательный (*б*) делители
1 — модулирующий зазор; *2* и *3* — зазоры выходного резонатора

Разлагая конвекционный ток, наводимый сгруппированным поток на выходные сетки делителя, для основной гармоники поделенной стоты ω получим

$$i_3^{(\omega)} = A\sin\omega t_3 + B\cos\omega t_3,$$

где коэффициенты Фурье определяются следующим интегралом:

$$B - jA = \frac{I_0 e^{-j\Theta_{02}}}{\pi}\int_{-\pi}^{+\pi}\left[1 + 2J_1(X_0)\cos\left(2\omega t_2 - \Theta_{01}\right)\right]\times$$

$$\times\, e^{-j[\omega t_2 \mp X_v \sin(2\omega t_2 - \Theta_{01}) \mp X\sin(\omega t_2 - \varphi)]}\, d\omega t_2.$$

Здесь $X_0 = X_{00}\sin h_1 l_1 / h_1 l_1$ — параметр группировки луча входным си налом с учетом разгруппировки в пространстве дрейфа Θ_1; $X_v = \frac{\Theta_{02}}{\Theta_{01}} X_{00}\cos h_1 l_1$ — параметр группировки в регенерированной час клистрона, образующейся за счет остаточной модуляции скорости вхо ным сигналом на входе этой части прибора. В случае двойных знак ($\mp$ и $\pm$) нижний знак относится к отражательному делителю. Интегр вычисляется посредством разложения Фурье — Бесселя:

$$B - jA = \pm 2I_0 e^{-j\Theta_{02}}\sum_{p=-\infty}^{+\infty}(\pm 1)^p J_p(X_v)\, e^{-jp\Theta_{01}}\left[J_{1-2p}(X)\, e^{-j(1-2p)\varphi} - \right.$$

$$\left. - J_{1-2p}(X)\, J_1(X_0)\, e^{-j\Theta_{01}} e^{j(1-2p)\varphi} + J_{3-2p}(X)\, J_1(X_0)\, e^{j\Theta_{01}} e^{-j(3-2p)\varphi}\right].$$

Ограничиваясь значениями X, достаточно малыми, чтобы можно бы пренебречь $J_3(X), J_5(X)$ и т. д. по сравнению с $J_1(X)$, можем получи результат, удобный для использования и сохраняющий при малых

любую практически требуемую степень приближения. Предположение о небольшой величине X справедливо при малом токе луча вблизи порога самовозбуждения, а также при большом токе вблизи потолка деления, и главное, оно справедливо на краю полосы деления, где $X \to 0$, если только $\gamma\,[J_0^2(X_v) - m_э^2] \leqslant J_0(X_v)$, т. е. в режиме резонанса второго рода и в режиме синхронизации при не слишком малом входном сигнале. Это дает возможность точно рассчитать полосу деления — основную характеристику делителя. После указанного упрощения выражение для конвекционного тока в выходном зазоре приобретает вид

$$i_3^{(\omega)} = \pm 2I_0 J_1(X)\{[J_0(X_v)\sin(\Theta_{02}+\varphi) \mp m_э \sin(\Theta_{02}+\Theta_{01}-\varphi)]\sin\omega t_3 + \\ + [J_0(X_v)\cos(\Theta_{02}+\varphi) \mp m_э\cos(\Theta_{02}+\Theta_{01}-\varphi)]\cos\omega t_3\},$$

где

$$m_э = J_1(X_v) \pm J_1(X_0)\,J_0(X_v) \pm J_1(X_0)\,J_2(X_v).$$

Подстановка $i_3^{(\omega)}$ в уравнения установления дает

$$\frac{dX}{dt} = -\delta X - 2\delta\gamma J_1(X)\,[J_0(X_v) \mp m_э\cos(\Theta_{01}-2\varphi)],$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\omega^2-\omega_0^2}{2\omega} \mp 2\delta\gamma\frac{J_1(X)}{X}\,m_э\sin(\Theta_{01}-2\varphi).$$

Здесь γ — параметр регенерации. Для пролетного делителя $\gamma = k\beta_2\beta_3\Theta_{02}I_0R/2U_0$, для отражательного делителя $\gamma = \beta_2^2\Theta_{02}I_0R/2U_0$, где β_2, β_3 — коэффициенты электронного взаимодействия для второго и третьего зазоров клистрона; k — коэффициент обратной связи, равный отношению напряжения высокой частоты на втором и третьем зазорах.

Стационарные решения для обоих типов делителей имеют одинаковый вид

$$\frac{2J_1(X)}{X} = \frac{J_0(X_v) \pm \sqrt{m_э^2 - [J_0^2(X_v) - m_э^2]\left(\dfrac{\omega^2-\omega_0^2}{2\omega\delta}\right)^2}}{\gamma\,[J_0^2(X_v) - m_э^2]}.$$

Исследование на устойчивость в малом показывает, что решение со знаком плюс всегда неустойчиво, решение со знаком минус имеет весьма узкую область неустойчивости на самом краю области деления, учет ее не имеет практического значения.

Из последнего выражения вытекают соотношения, определяющие относительную полосу деления $\Delta\omega/\omega$:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{1}{Q}\frac{|m_э|}{\sqrt{J_0^2(X_v) - m_э^2}} \quad \text{при } \gamma\,[J_0^2(X_v) - m_э^2] \geqslant J_0(X_v),$$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{1}{Q}\sqrt{\gamma^2 m_э^2 - [1-\gamma J_0(X_v)]^2} \quad \text{при } \gamma\,[J_0^2(X_v) - m_э^2] \leqslant J_0(X_v).$$

Выведенные формулы указывают на различие свойств пролетных и отражательных делителей. В то время как в пролетном делителе модуляция как скорости, так и плотности луча на входе регенерированной части клистрона способствует увеличению $|m_э|$, т. е. увеличению полосы деления, в отражательном делителе эти явления действуют противоположно и при определенном соотношении параметров пролетной и отражательной частей могут привести даже к исчезновению эффекта деления.

Таким образом, надо стремиться к преобладанию в отражательном делителе одного из механизмов управления, т. е. делать его либо с $l_1 \simeq 0$, либо с $l_1 \simeq \pi/2h_1$. Выбор того или иного варианта будет определяться, с одной стороны, конструктивными возможностями, а с другой — дости-

жимыми углами группировки в пролетной и отражательной частях. В частности, на решение этого вопроса может существенно повлиять как будет видно из дальнейшего, нелинейность распределения потенциала в пространстве торможения.

Что касается пролетного клистрона, то в нем совместное действие группировки и модуляции скорости луча способствует увеличению полосы деления, особенно в том случае, когда объемный заряд мал и, несмотря на большой угол Θ_1, на выходе пространства дрейфа сохраняется значительная остаточная модуляция скорости.

2. ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА В ПРОСТРАНСТВЕ ГРУППИРОВКИ

Распределение потенциала в пространстве торможения отражательного клистрона обычно характеризуется некоторой нелинейностью. В отражательном делителе, в частности, эта нелинейность может быть значительной из-за необходимости создания фонтанирующей оптики.

Влияние нелинейности распределения потенциала в пространстве группировки учитывается в первом приближении в теории клистрона заменой угла пролета Θ_0 при вычислении параметра группировки на угол группировки $a\Theta_0$, где [5]

$$a = -\frac{2U_0}{\Theta_0}\left(\frac{d\Theta}{dU_e}\right)_0.$$

Нетрудно убедиться, что учет нелинейности тормозящего поля в случае отражательного делителя в том же приближении сводится также к введению угла группировки $\Theta_{02гр} = a\Theta_{02}$, который следует подставить вместо Θ_{02} в формулы для X, X_v и γ. Это обобщение распространяется и на пролетный делитель.

Так как практически довольно легко осуществить значения коэффициента усиления группировки a, значительно превосходящие единицу, то нелинейное распределение потенциала можно использовать для уменьшения входной мощности делителя, т. е. для улучшения его коэффициента передачи. В этом случае требуется, чтобы электронный поток был модулирован по скорости на входе регенерированной части.

3. КОНСТРУКЦИЯ КЛИСТРОНА И РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОТРАЖАТЕЛЬНОЙ ОПТИКИ

Экспериментальное исследование проводилось на отражательном делителе, устройство которого показано на рис. 2. Конструкция лампы — металлостеклянная с внешними резонаторами. Электронный прожектор обеспечивает управление лучом, независимое от потенциала на диафрагмах, путем регулировки потенциалов на его аноде и фокусирующем

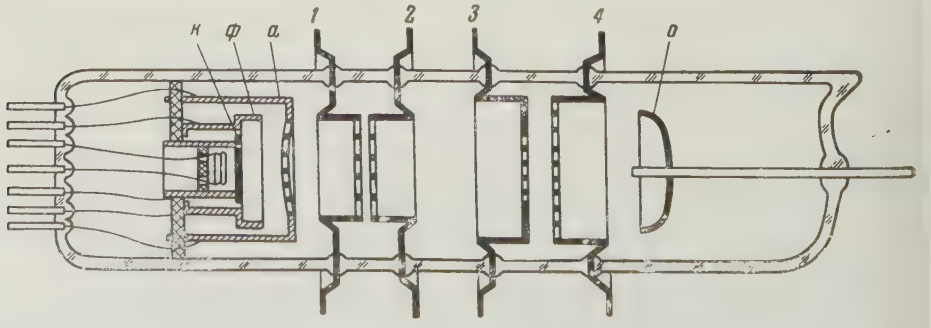


Рис. 2. Устройство экспериментального делителя:

к, *ф*, *а* — катод, фокусирующее кольцо и анод электронного прожектора; *1*, *2*, *3*, *4* — диафрагмы; *о* — отражатель

льце. Малая длина луча при значительном диаметре (7—8 *мм*) позво-
ет работать при электростатической фокусировке. Входной зазор,
ссчитанный на работу в диапазоне 3000 *Мгц*, образован двумя мед-
ми диафрагмами с плоскими сетками, изготовленными электроискро-
м способом. Выходной зазор отделен от входного зазора пространст-
м дрейфа, угол пролета в котором на частоте 2700 *Мгц* составляет

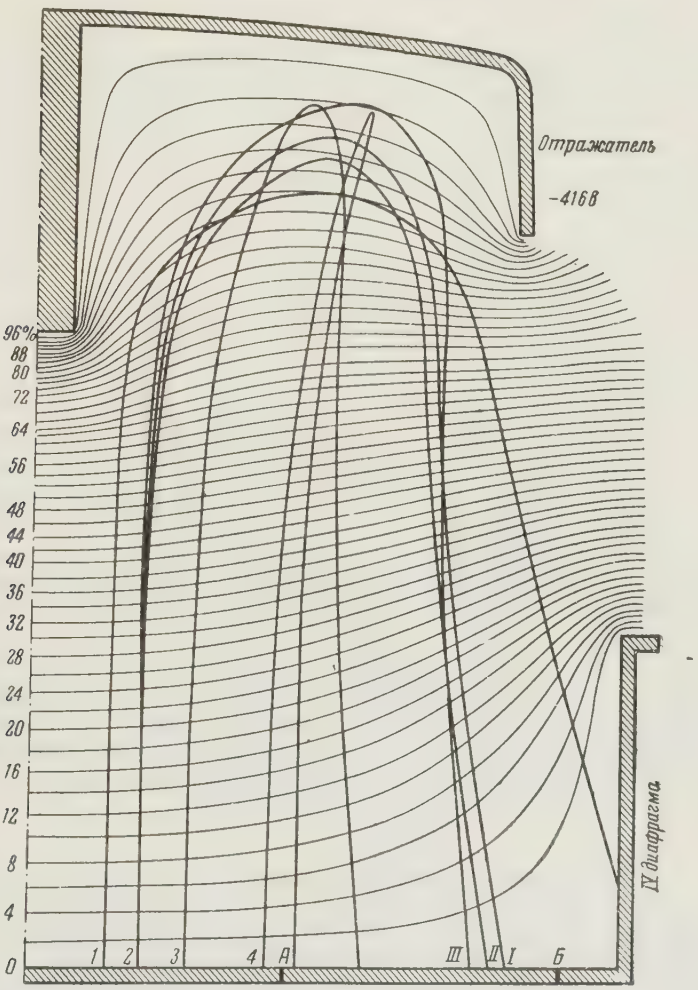


Рис. 3. Картина тормозящего поля и траектории электронов

) *радиан*. Сетчатые отверстия выходных диафрагм имеют разные диа-
етры, что, в совокупности со специальной конструкцией отражателя,
озволяет исключить проникновение отраженных электронов во входной
азор. Искажение тормозящего поля, необходимое для создания фонта-
ирующей оптики, достигается введением штыря.

Параметры отражательной оптики количественно были исследованы
етодом моделирования на уголковой электролитической ванне. Объем-
ый заряд не учитывался. Считалось, что электроны, входящие в тормо-
щее поле, имеют только аксиальную составляющую скорости.

Картина эквипотенциальных линий (при последовательных измене-
иях питающего напряжения на 2%) и траектории электронов, построен-
ые по этой картине известными графическими методами, приведены на
ис. 3. Точка *А* на этом рисунке соответствует границе сетки третьей

диафрагмы, точка $Б$ — границе сетки четвертой диафрагмы. Из рис. видно также, что при заданных потенциалах ($U_{отр} = -16$ в, $U_0 = 400$ оптика данного отражателя удовлетворительна с точки зрения токопр хождения. Электроны, движущиеся по траекториям 2, 3, 4, после пов рота проходят сквозь выходной зазор резонатора, а затем перехват ваются сплошной частью третьей диафрагмы. Доля электронов, не пад дающих в зазор при обратном движении, составляет примерно 15% ис ного электронного потока, если считать, что плотность тока по сечени пучка постоянна.

Для определения величины коэффициента усиления группировки необходимо знать величину производной $(d\Theta_2/dU_e)_0$. С этой целью бы построены траектории $2-I$, $2-II$, $2-III$ ($U_0 = 400$, 390, 410 в соотве ственно) и графическим интегрированием подсчитано время проле электронов вдоль них. Затем рассчитывались углы пролета, причем п лучено значение $\Theta_{02} = 31{,}3\ p$. По графику $\Theta_2(U_e)$ была определена в личина $(d\Theta_2/dU_e)_0 = 0{,}25\ p/в$. Подставив в выражение для a значени $(d\Theta_2/dU_e)_0$ и Θ_{02}, получим $a = 6{,}4$.

Если подсчитать показатель фазовой аберрации $\overline{\cos\Psi}$, где $\Psi = \Theta_2 - 2\pi(n + 0{,}75)$ при $n = 4$ (четвертая зона регенерации), получи $\overline{\cos\Psi} \simeq 0{,}5$. Усреднение произведено для трех электронов, движущихся по траекториям $2-I$, 3, 4, соответствующим $U_0 = 400$ в.

Изучение статического токопрохождения подтвердило допущени принятое при моделировании: в рабочих режимах луч имел весьма м большую сходимость. Практически его диаметр при вхождении в в ходной зазор равнялся диаметру отверстия нижней диафрагмы выходно зазора (т. е. 7 мм), в то время как во входном зазоре он не превышал 8 м

Высокочастотные измерения подтвердили удовлетворительную рабо фонтанирующей тормозящей системы в целом: она всегда обеспечива возбуждение выходного зазора при ничтожных следах регенерации входном зазоре.

На основании статических измерений токопрохождения при полож тельном потенциале на отражателе (который больше потенциала диафра для уменьшения ошибок, связанных со вторичной эмиссией) были оп делены прямые рабочие токи в выходном зазоре и пространстве дрейф необходимые для расчета ряда высокочастотных параметров делите в частности продольной разгруппировки при дрейфе.

4. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Для количественного сравнения экспериментальных данных с теори надо достаточно точно знать рабочие параметры делителя. К их чис относятся: напряжения на зазорах, необходимые для определения пар метров группировки, «горячие» добротности резонаторов, коэффицие регенерации выходного зазора, углы группировки. Корректное определ ние этих величин связано с некоторыми трудностями вследствие не нейного распределения потенциала и фазовых аберраций тормозяще поля.

Ниже кратко описаны примененные нами способы измерения уп занных параметров.

Измерение высокочастотного напряжения в зазорах клистрона. Высокочастотное напряжение измеряло при помощи детекторных зондов, которые калибровались по методу не ного торможения электронов.

Для большей точности калибрационная точка бралась при довольн большом колебательном напряжении на зазоре — порядка 70 в; зат снималась зависимость тока детектора от подаваемой мощности, ч позволяло получить градуировочную кривую вплоть до долей вольт

ля исключения влияния электронной нагрузки и регенерации зазоров
алибровка производилась при очень малом токе луча — менее 1 *ма*.
Коэффициенты электронного взаимодействия в зазорах рассчитыва-
сь, что́ можно было сделать достаточно точно благодаря плоской кон-
рукции зазоров. При $U_0 = 400$ *в* они составили для входного зазора
$= 0{,}92$ (частота 2700 *Мгц*), для выходного зазора $\beta_2 = 0{,}76$ (частота
50 *Мгц*).

Определение параметров резонаторов. а) Входной резонатор. «Холодная» добротность измерялась по резонансной кривой; небольшие изменения добротности под влиянием электронной нагрузки определялись при помощи детекторного зонда по изменению амплитуды колебаний в резонаторе. Помимо добротности интересно определить эквивалентное сопротивление резонатора, для вычисления которого надо знать характеристическое сопротивление резонатора ϱ. Вычисление последнего было затруднено сложностью геометрии резонатора с настраивающими винтами. Величина ϱ была найдена экспериментально. В режиме согласования резонатора с питающей линией и при малом токе луча (менее 1 *ма*) измерялись величины: нагруженная добротность $Q_н = Q_0/2$, где Q_0 — собственная добротность резонатора; мощность падающей волны P и напряжение на зазоре u. Измеренные величины дают возможность рассчитать ϱ: $\varrho = u^2/2PQ_0$. Измеренные таким образом параметры резонатора оказались равными: $\varrho = 32$ *ом*, $Q_0 = 380$, $R = 12$ *ком*.

б) Выходной резонатор. Выходной резонатор имеет протяжную коаксиальную конструкцию и поэтому его характеристическое сопротивление было рассчитано. Измерение же добротности осложнялось тем, что ее нужно знать в рабочем режиме, т. е. при наличии отраженного электронного потока. Попадание его на периферийную сплошную часть нижней диафрагмы зазора могло вызвать дополнительную электронную нагрузку, обусловленную большим током медленных вторичных электронов. Поэтому был использован метод измерения добротности по крутизне электронной настройки в автоколебательном режиме, учитывающий все виды потерь в резонаторе. Однако в расчетной формуле должна быть учтена нелинейность распределения потенциала тормозящего поля:

$$Q_н = -\frac{\omega_0}{2}\frac{\left(\frac{d\Theta_2}{dU_{отр}}\right)_0}{\left(\frac{d\omega}{dU_{отр}}\right)_0}.$$

Значение производной $(d\Theta_2/dU_{отр})_0$ в этой формуле находится по экспериментальной кривой $\Theta_2 = F(U_{отр})$, характер которой зависит от степени неоднородности тормозящего поля.

Другим возможным методом определения добротности в режиме генерации является метод крутизны механической настройки клистрона. Достоинством его является независимость результатов от характеристик тормозящего поля, однако в нашем случае он обеспечивал меньшую точность из-за несовершенства механизма настройки.

Измеренные значения параметров выходного резонатора составили $\varrho = 18$ *ом*, $Q_0 = 400$, $R = 7{,}2$ *ком*.

Определение угла пролета в тормозящем поле. Из известных способов измерения угла пролета в тормозящем поле отражательного клистрона наиболее подходящим в нашем случае оказывается метод вариации собственной частоты резонатора, поскольку он не связан с изменением потенциалов отражателя и резонатора.

При помощи этого метода была получена необходимая в ряде расчетов зависимость угла пролета в тормозящем поле Θ_2 от потенциалов отражателя и резонатора (рис. 4).

Определение угла группировки (учет нелинейности распределения потенциала в тормозящем поле). Угол группировки $\Theta_{02гр}$ определяется через коэффициент усиления группировки a: $\Theta_{02гр} = a\Theta_{02}$, где

$$a = -\frac{2U_0}{\Theta_{02}}\left(\frac{d\Theta_2}{dU_e}\right)_0 = -\frac{2U_0}{\Theta_{02}}\left[\left(\frac{\partial\Theta_2}{\partial U_{отр}}\right)_0 + \left(\frac{\partial\Theta_2}{\partial U_0}\right)_0\right].$$

Таким образом, зная экспериментально найденную зависимость $\Theta_2 = F(U_0, U_{отр})$, легко рассчитать a. Наши измерения указали на весьма значительную нелинейность: $a = 7{,}7$. Это хорошо согласуется с результатом моделирования.

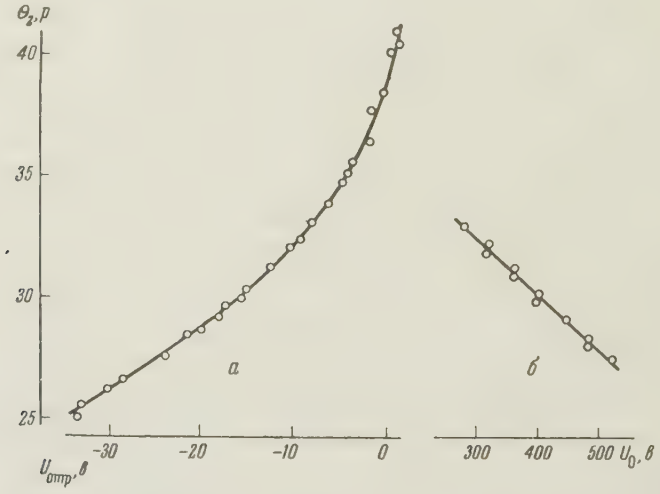


Рис. 4. Зависимость Θ_2 от $U_{отр}$ при $U_0 = 400$ *в* (*а*) и от U_0 при $U_{отр} = -16$ *в* (*б*)

Определение параметра регенерации γ. Отражательная оптика исследовавшегося клистрона обладала значительной фазовой аберрацией. Экспериментальное определение показателя аберрации как отношения теоретического значения порогового тока в выходном зазоре к опытному показало, что $\overline{\cos\Psi} \geqslant 0{,}35$. Это удовлетворительно согласуется с результатом моделирования.

Чтобы избежать ошибок из-за фазовой аберрации, параметр регенерации γ определялся не расчетным путем, а по отношению рабочего тока в зазоре к пороговому, определенному экспериментально. Данные токопрохождения позволили при значениях γ, не слишком отличающихся от единицы, считать его пропорциональным отношению рабочего тока катода к его пороговому значению, что сделало определение γ простой операцией.

Фазовые измерения. Для контроля деления и исследования сдвига фаз входного и выходного колебаний в зависимости от режима клистрона частоты их преобразовывались до нескольких сотен килогерц и затем колебания сравнивались на экране осциллографа при помощи фигур Лиссажу.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Ниже представлены результаты экспериментального исследования описанного клистрона при двукратном делении частоты.

На рис. 5 показана зависимость относительной полосы деления от степени группирования луча входными колебаниями. По оси абсцисс

гложена сумма $X_0 + X_v$, причем при вычислении X_v учтено усиление руппировки в тормозящем поле. Интересно отметить, что в нашем случае, есмотря на сравнительно большое пространство дрейфа, $X_v/X_0 = 3{,}5$, . е. заметно преобладает влияние остаточной модуляции скорости в уче. Если не учитывать нелинейности распределения потенциала в ормозящем поле, то $X_v/X_0 = 0{,}45$, т. е. результат существенно меняется. При построении кривых учтены продольная разгруппировка в

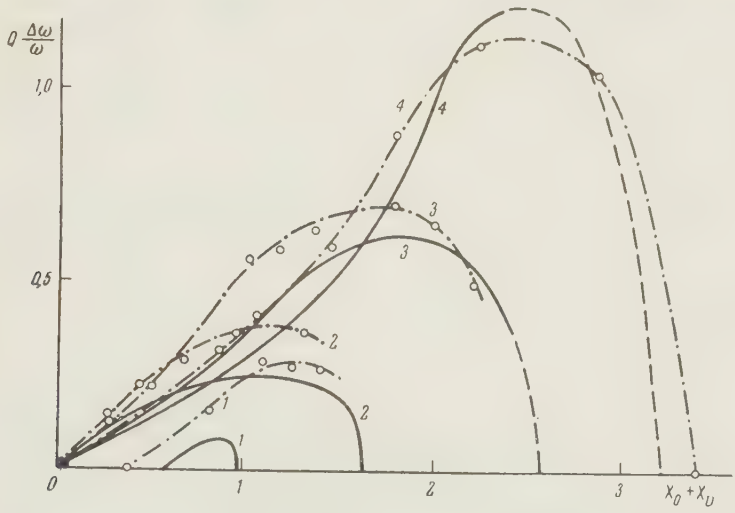


Рис. 5. Зависимость относительной полосы деления от суммы параметров группировки луча входным сигналом:
1 — $\gamma = 0{,}9$; *2* — $\gamma = 1{,}0$; *3* — $\gamma = 1{,}6$; *4* — $\gamma \simeq 3$; $U_0 = 400$ *в*, $V_{отр} = -16$ *в*

пространстве дрейфа ($h_1 l_1 = 0{,}72$ при $\gamma = 1{,}6$) и усиление группировки в неоднородном тормозящем поле ($a = 7{,}7$). Углы пролета в пространствах дрейфа и торможения составляли соответственно $\Theta_{01} = 50\ p$, $\Theta_{02} = 30\ p$; угол группировки в тормозящем поле $\Theta_{02гр} = a\ \Theta_{02} = 230\ p$. На графике, помимо экспериментальных кривых (штрих-пунктир), приведены теоретические.

Остановимся на пределах применимости теоретических расчетов. Наш анализ, как указывалось выше, предполагает небольшие значения X_0 (квазилинейный режим группировки в пролетном пространстве). Строго говоря, можно использовать его, пока X_0 невелико по сравнению с единицей. Точное указание границы значений X_0, при которых теоретические формулы теряют силу, однако, затруднительно, так как высшие гармоники тока в луче на входе регенерированной части, а следовательно, и гармоники скорости сравнительно мало влияют на процесс синхронизации. Это следует, в частности, из [1], где показано, что ошибка в определении наводимого тока при пренебрежении действием высших гармоник в управляющем луче остается менее 18% даже при $X_0 = 1$. Таким образом, есть основание считать, что фактический диапазон применимости формул, выведенных в § 1, будет шире. На рис. 5 части теоретических кривых, соответствующие $X_0 > 0{,}5$, проведены пунктиром, что свидетельствует об условном характере сравнения.

Совпадение оказывается удовлетворительным даже в области больших значений $X_0 + X_v$, где теория не гарантирует точности. Очевидно, это связано с тем, что при делении частоты высшие гармоники потока, сгруппированного на входе лампы, действительно слабо влияют на про-

цесс синхронизации. Исключение составляют кривые для потенциального режима (γ 0,9), которые расходятся. Причиной этого является, вероятно, недостаточно точное определение γ. Действительно, в потенциальном режиме величина γ гораздо сильнее влияет на характеристики деления, чем в режиме синхронизации. Поэтому требования к точности определения γ возрастают.

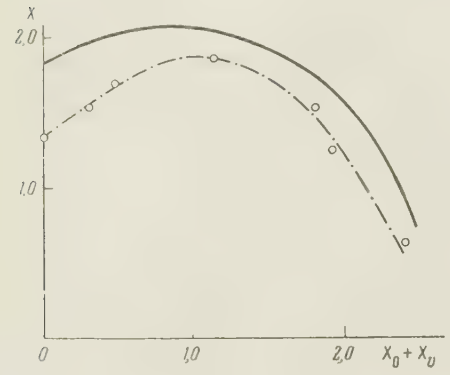


Рис. 6

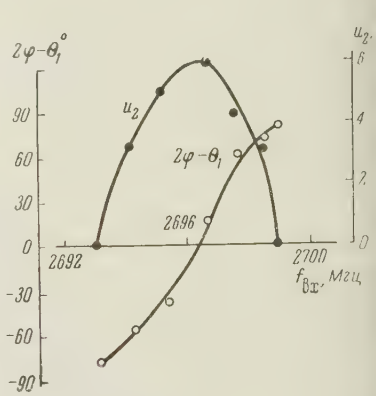


Рис. 7

Рис. 6. Амплитудные характеристики делителя: $\gamma = 1{,}6$, $U_0 = 400$ в, $U_{отр} = -16$ в
Рис. 7. Резонансные характеристики делителя: $U_0 = 440$ в, $U_{отр} = -13{,}5$ в, $\gamma = 1{,}6$, $u_1 = 7{,}7$ в, u_1 и u_2 — амплитуды ВЧ-напряжения на первом и втором зазорах, $f_{вх}$ — частота входного сигнала

Для того чтобы убедиться в достаточной точности определения параметров группировки, сравнивались теоретическое и экспериментальное значения оптимального параметра группировки при работе клистрона в режиме пролетного усиления. Расхождение не превышало 15%. Эта проверка является комплексной, так как определение параметров группировки связано как с измерением напряжений на зазорах, так и со знанием геометрии луча и плотности объемного заряда.

На рис. 6 приведены теоретическая и экспериментальная амплитудные характеристики делителя. Совпадение также удовлетворительно.

Наконец, резонансные характеристики деления показаны на рис. 7. Здесь отложены амплитуда синхронизированных колебаний и изменение их фазы при изменении частоты на входе делителя.

В настоящей статье мы не рассматривали многократного деления частоты. Характеристики клистрона, описанного выше, при делении частоты с кратностью более двух приведены в [4].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено удовлетворительное соответствие между теоретическими и экспериментальными характеристиками отражательного делителя с предварительным группированием. Показано, что наличие пространства дрейфа не избавляет от необходимости учета остаточной модуляции скорости в луче, особенно сильно влияющей при наличии усиления группировки в тормозящем поле. Последний эффект позволяет существенно снизить мощность сигнала на входе делителя.

ЛИТЕРАТУРА

. С. А. Корнилов, Деление частоты в пролетном клистроне с тремя зазорами, Радиотехника и электроника, 1958, **3**, 4, 522.
. Е. Н. Базаров, М. Е. Жаботинский, Преобразование частоты на отражательном клистроне, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, 2, 253.
. Е. Н. Базаров, М. Е. Жаботинский, Деление частоты на отражательном клистроне, Радиотехника и электроника, 1956, **1**, 5, 680.
. С. А. Корнилов, А. Ф. Емельянов, Экспериментальное исследование клистронного делителя частоты с предварительной группировкой, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 2, 336.
. D. Hamilton, J. Kuper, J. Knipp, Klystrons and microwave triodes, N. Y., 1948.

Ленинградский политехнический
институт им. М. И. Калинина

Поступила в редакцию
28 VII 1960

Принятые обозначения

I_0, v_0 — постоянные составляющие конвекционного тока и скорости электронов
i_2, v_2 — переменные составляющие конвекционного тока и скорости электронов на входе регенерированной части делителя
t_1, t_2 — моменты времени, соответствующие пролету электронов через первый и второй зазоры
t_3 — момент времени, соответствующий пролету электронов через третий зазор для пролетного делителя и обратному пролету через второй зазор — для отражательного делителя
X_{00} — параметр предварительной группировки луча входным сигналом
X — параметр группировки луча колебаниями поделенной частоты
ω — поделенная частота
ω_0 — собственная частота выходного резонатора
φ — фаза напряжения синхронизированных колебаний на втором зазоре (фаза входного напряжения принята равной нулю)
θ_1, θ_2 — углы пролета в первом и втором пространствах группировки, вычисляемые соответственно по входной и выходной частотам
θ_{01}, θ_{02} — углы пролета электронов с немодулированной скоростью
l_1 — длина первого пространства дрейфа
h_1 — параметр разгруппировки в пространстве дрейфа
γ — параметр регенерации
δ, Q, R — затухание, добротность и эквивалентное сопротивление выходного резонатора
U_0, $U_{отр}$ — ускоряющий и тормозящий потенциалы
U_e — энергия электронов

1961 №

ГАРМОНИКИ В ПОТОКЕ ЭЛЕКТРОНОВ НА ВЫХОДЕ ЛАМПЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ

В. И. Канавец

Проведено исследование группировки электронов в потоке, движущемся в цилиндре дрейфа на выходе ЛБВ, на расстояниях, бо́льших длины волны электронных плазменных колебаний. Группировка изучалась путем выделения третьей гармоники в диапазоне волн 10 *см*. Показано, что на указанных расстояниях можно получить мощность третьей гармоники, по порядку величины равную мощности гармоники в ЛБВ. При больших уровнях сигнала на входе ЛБВ обнаружено нарастание амплитуды третьей гармоники с расстоянием, связанное с электронными плазменными колебаниями в потоке.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время появились многокаскадные лампы с замедляющими структурами и потоком электронов, в которых используется явление умножения частоты. Группирователем электронов в этих лампах является лампа бегущей волны (ЛБВ). Таков, например, умножитель частоты с двумя замедляющими системами [1, 2]. Достоинством подобного прибора является большой коэффициент преобразования частоты (свыше единицы при выделении ряда гармоник высших номеров. Умножение частоты с применением группировки электронов на выходе ЛБВ используется в устройствах, осуществляющих деление частоты [3], а также может применяться в электронных параметрических усилителях с низкочастотной подкачкой [4]. Сгруппированный в ЛБВ поток используется для изучения различного типа излучений сгустков электронов, например излучения Черенкова и излучения на неоднородностях [5].

В описанных устройствах используются гармоники потока, вышедшего из ЛБВ и движущегося в пространстве с потенциалом, в большинстве случаев не равным потенциалу замедляющей структуры ЛБВ. Главные черты явления группировки электронов в этих устройствах можно определить, рассмотрев группировку электронов в пространстве дрейфа на выходе ЛБВ при различных потенциалах этого пространства. Насколько нам известно, теоретических и экспериментальных работ, посвященных изучению этого явления, в литературе нет. В опубликованных работах изучена группировка электронов внутри замедляющей системы ЛБВ. В работе по нелинейной теории ЛБВ при пренебрежении влиянием пространственного заряда [6] показано, что поток в этой лампе имеет значительные гармонические составляющие. Наиболее полно исследованы нелинейные свойства ЛБВ при учете пространственного заряда в работах [7] и [8], но в них гармоники потока не рассматривались. Гармоники, появляющиеся при группировке электронов в пространстве дрейфа, рассмотрены в теории клистронов-умножителей частоты для случая начальной модуляции в потоке по скорости [9]. В работе [10] изложена нелинейная теория группировки электронов в двухрезонаторных клистронах при учете сил пространственного заряда с помощью дисковой модели электронного потока и показано, что изменение амплитуды гармоник вдоль потока носит характер стоячей волны, вызванной плазменными колебаниями в потоке. Для узкого потока длина стоячей волны зависит от номера гармоники и уменьшается с ростом номера.

Теории группировки электронов в клистронах в общем случае не применимы для описания группировки в потоке на выходе ЛБВ, поскольку в таком потоке существуют неучтенные в теории начальные колебания тока как на основной частоте, так и на частотах гармоник. В современных ЛБВ применяются пучки электронов с плотностью тока порядка 0,1—1 $a/см^2$ и более. Электрическая длина ЛБВ как первого, так и последующих каскадов умножителей оказывается равной нескольким длинам волн плазменных колебаний. Ввиду сказанного представляет интерес экспериментально исследовать группировку электронов в потоке, вышедшем из ЛБВ и движущемся в пространстве дрейфа, на расстояниях, гораздо больших длины волны плазменных колебаний, при различных потенциалах пространства дрейфа. Полученные таким образом результаты можно применить при рассмотрении группировки в многокаскадных лампах, например в спирали ЛБВ второго каскада.

Существуют различные методы исследования амплитуды переменных составляющих тока вдоль потока. Из них наиболее приемлем для изучения группировки электронов метод подвижного зонда. Этот метод использован в ряде работ, например в [11], где для изучения волн потока электронов применялся подвижный резонатор. Подобный метод применен и нами, но в отличие от работы [11] для выделения энергии гармоник использована нерезонансная широкополосная система.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЛАМПА И ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Группировка электронов в потоке на выходе ЛБВ изучалась с применением подвижного зонда при выделении третьей гармоники тока. На рис. 1 показано устройство экспериментальной лампы. Группирова-

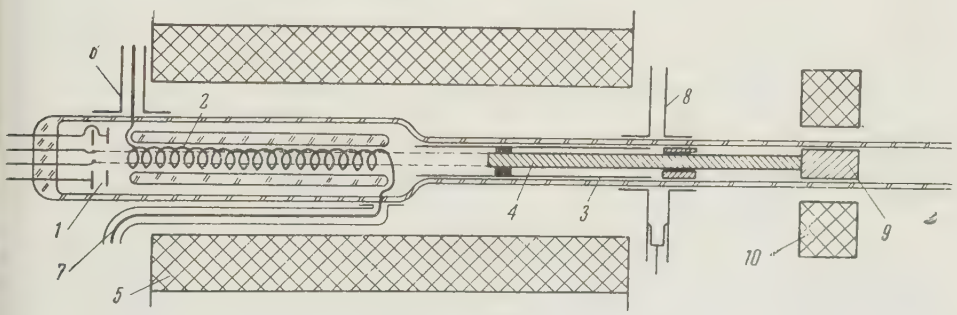


Рис. 1. Экспериментальная лампа:

1 — электронный прожектор; *2* — спираль ЛБВ; *3* — цилиндр дрейфа; *4* — подвижный зонд; *5* — соленоид; *6* — вход ЛБВ; *7* — выход ЛБВ; *8* — выход для сигнала гармоники; *9* — цилиндр перемещающего устройства, выполненный из магнитного материала; *10* — вспомогательный соленоид

телем электронов является ЛБВ ($\lambda = 30$ *см*). Группировка электронов начинается под воздействием поля спирали ЛБВ и продолжается в цилиндре дрейфа. В лампе использован полый поток электронов, создаваемый кольцевым катодом, находящимся в продольном магнитном поле соленоида. Площадь эмиттирующей поверхности катода 2,2 $мм^2$; внешний диаметр потока 3,2 *мм*; внутренний диаметр — 2,6 *мм*; отношение диаметра спирали к среднему диаметру потока равно 2,2; диаметр спирали 8 *мм*; шаг 1 *мм*; длина спирали 185 *мм*. Лампа имеет коаксиальный вход и выход сигнала. Поток электронов поступает с выхода ЛБВ в цилиндр дрейфа, имеющий внутренний диаметр 8 *мм*. Расстояние между спиралью и цилиндром дрейфа (8 *мм*) меньше длины замедленной волны основной частоты. Внутри цилиндра дрейфа перемещается круглый зонд диаметра 4,2 *мм*, центрирующийся насаженным на него кольцом из стекла.

Предусмотрен отсчет расстояния l от концевого торца спирали до переднего торца зонда. Расстояние может изменяться при перемещении зонда от $l = 0$ до $l = 26$ *см*.

Поток электронов фокусируется внутри спирали и цилиндра дрейфа продольным магнитным полем соленоида; величина поля 700 *эрс*. Поток движется вдоль оси цилиндра дрейфа и оседает на зонде, являющемся коллектором электронов. При оседании сгустки потока излучают небольшую мощность (меньше 1 *мкет*), что является недостатком применяемого способа выделения высокочастотной энергии. Однако простота устройства наряду с достаточной чувствительностью оправдывает применение данного способа для изучения группировки электронов. Зонд и цилиндр дрейфа образуют коаксиальную линию, по которой излученная энергия гармоник потока поступает в выходное устройство.

Выходное устройство представляет собой волноводно-коаксиальный переход через стекло. Передача энергии из коаксиальной линии в волновод без существенных потерь обеспечивается при помощи четвертьволновых дросселей. Для правильного съема энергии гармоник необходимо тщательное согласование коаксиальной линии и волновода. Если согласование нарушено, то при перемещении зонда будет сниматься картина стоячих волн в коаксиальной линии, значительно изменяющая картину сигнала гармоники. Согласование достигается подбором длин дросселей и регулировкой положения поршня в волноводе. Зонд, являющийся внутренним проводником коаксиальной линии, при перемещении скользит внутри дроссельного цилиндра, причем согласование не нарушается.

Перемещающее устройство представляет собой стальной цилиндр, скрепленный с зондом и движущийся в стеклянной трубке при помощи вспомогательного соленоида. Сигнал третьей гармоники с выхода лампы подавался на супергетеродинный приемник и индицировался измерительным прибором или на экране осциллографа. Для снятия осциллограмм напряжение сети переменного тока с частотой 50 *гц* одновременно подавалось на горизонтально-отклоняющие пластины осциллографа и на цилиндр дрейфа или на спираль для модуляции постоянных напряжений. Потенциал зонда всегда был равен потенциалу цилиндра дрейфа, а потенциал цилиндра дрейфа мог меняться в широких пределах.

2. РЕЖИМЫ РАБОТЫ ЛБВ

Измерения проводились при токе луча $I_0 = 3{,}5$ *ма*, потенциале спирали $U_c = 500$ *в*. Длина волны колебаний, подаваемых на вход ЛБВ, равнялась 28,5 *см*, длина волны третьей гармоники 9,5 *см*. На рис. 2 показаны графики зависимостей коэффициента электронного усиления ЛБВ G и мощности сигнала третьей гармоники на выходе ЛБВ P_3 от мощности входного сигнала P_0. График для мощности третьей гармоники получен

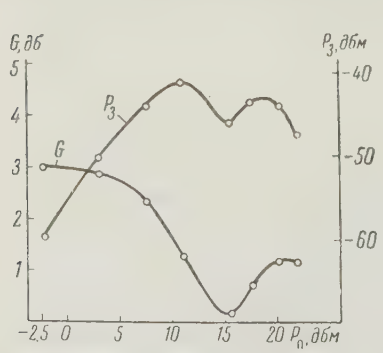


Рис. 2. Зависимость электронного усиления и ЛБВ G и мощности сигнала третьей гармоники в плоскости торца спирали ($l = 0$) P_3 от мощности сигнала на входе ЛБВ P_0

при положении зонда в плоскости торца спирали, $l = 0$. Графики характеризуют режимы работы ЛБВ при различных уровнях мощности P_0. Для значений P_0, меньших 2 *мвт*, в ЛБВ осуществляется режим, близкий к линейному. Усиление незначительно отличается от усиления малых

сигналов, мощность третьей гармоники гораздо меньше максимальной. При мощности P_0 свыше 2 *мвт* режим является нелинейным, усиление с ростом P_0 падает и достигает первого минимума при $P_0 = 36$ *мвт*. Сигнал третьей гармоники в плоскости торца спирали достигает первого максимума при $P_0 = 10$ *мвт*. Если мощность сигнала на входе превышает 10 *мвт*, усиление и мощность третьей гармоники с ростом P_0 меняются нерегулярно.

3. ГРУППИРОВКА ЭЛЕКТРОНОВ В ПРОСТРАНСТВЕ ДРЕЙФА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ ЛБВ

На рис. 3 показаны результаты измерений мощности сигнала третьей гармоники вдоль потока электронов, вышедшего из ЛБВ. Измерения проводились при токе луча 3,5 *ма*, потенциале цилиндра дрейфа $U_ц = U_c = 500$ *в*, магнитном поле 700 *эрс* для нескольких режимов работы ЛБВ, характеризуемых мощностью сигнала на входе P_0 (см. § 2). По оси абсцисс на рис. 3 отложены расстояния от зонда до спирали (в санти-

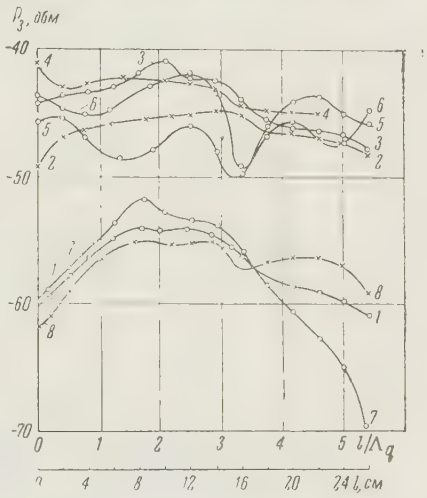


Рис. 3. Зависимость мощности третьей гармоники в потоке электронов на выходе ЛБВ от расстояния l вдоль потока при различных уровнях мощности сигнала на входе ЛБВ

$U_Д = 500$ *в*: *1* — $P_0 = 0{,}5$ *мвт*; *2* — $P_0 = 2$ *мвт*; *3* — $P_0 = 5{,}5$ *мвт*; *4* — $P_0 = 10$ *мвт*; *5* — $P_0 = 36$ *мвт*; *6* — $P_0 = 58$ *мвт*; $U_Д = 490$ *в*: *7* — $P_0 = 0{,}5$ *мвт*; $U_Д = 550$ *в*: *8* — $P_0 = 0{,}5$ *мвт*

метрах), по оси ординат — мощность сигнала третьей гармоники (в децибелах от одного милливатта). Картина зависимости сигнала гармоники от координаты в общем случае сильно изрезана. Кривые *3* и *4* являются огибающими, проведенными по максимумам пиков, и характеризуют главную зависимость мощности гармоники от расстояния группировки. При сигнале на входе ЛБВ менее 0,5 *мвт* ЛБВ работает в линейном режиме, мощность третьей гармоники в потоке на всем его протяжении незначительна и недостаточна для фиксации на выходе приемника. Мощности $P_0 = 0{,}5$ *мвт* соответствует кривая *1* рис. 3. Максимальные значения мощности гармоники приходятся на расстояния $l = 8 — 12$ *см*. При входном сигнале $P_0 = 2$ *мвт*, мощность гармоники на порядок выше, максимум смещен в сторону бо́льших расстояний.

Поскольку максимум гармоники приближенно должен соответствовать месту наибольшей группировки электронов в сгустки, наибольшая группировка при $P_0 = 0{,}5$ *мвт* происходит на расстояниях $l = 8—12$ *см*; при $P_0 = 2$ *мвт* $l \simeq 14$ *см*. С дальнейшим ростом входного сигнала мощность гармоники возрастает, максимум начинает смещаться в сторону меньших l. При $P_0 = 5{,}5$ *мвт* максимум приходится на $l = 10$ *см*, при $P_0 = 10$ *мвт* максимальное значение достигается уже внутри ЛБВ, максимум мощности гармоники наблюдается на $l = 0$. Начиная со значений P_0, бо́льших 10 *мвт*, кривые мощности гармоник становятся многогорбыми (кривые *5*, *6* на рис. 3: $P_0 = 36; 58$ *мвт*). Такая форма кривых обусловлена существованием в потоке усиления волн, связанного с электронными плазменными колебаниями.

Оценим величины расстояний l для рис. 3 в длинах волн плазменных колебаний объемного заряда электронов. В § 6 на основе экспериментальных данных показано, что длина замедленной волны плазменных колебаний определяется формулой

$$\Lambda_q \approx 9{,}5 \cdot 10^{-3} U_д$$

для $P_0 = 36$ *мвт*, $U_с = 500$ *в* и длины волны третьей гармоники $\lambda_3 = 9{,}5$ *см*. При потенциале дрейфа $U_д = 500$ *в* $\Lambda_q = 4{,}8$ *см*, частота плазменных колебаний $f_q = 280$ *Мгц*. Изменение потенциала $U_д$ в пределах 300—1300 *в* изменяет Λ_q в пределах 2,9—12,3 *см*. Для основного колебания длина волны плазменных колебаний больше: при $U_д = 500$ *в*, $\lambda_0 = 28{,}5$ *см* имеем $\Lambda_q = 15$ *см*, $f_q = 90$ *Мгц*. Таким образом, группировка электронов в сгустки и образование третьей гармоники, описываемые кривыми рис. 3, осуществляются на расстояниях, превышающих несколько длин волн плазменных колебаний в потоке. На таких расстояниях при нелинейном режиме работы ЛБВ ($P_0 > 2$ *мвт*) максимальные значения мощности гармоники отличаются не более чем на 4 *дб* от максимального значения мощности гармоники в плоскости выходного торца спирали.

4. ГРУППИРОВКА ЭЛЕКТРОНОВ В УСКОРЕННОМ ИЛИ ЗАТОРМОЖЕННОМ ПОТОКЕ

Графики зависимости мощности сигнала третьей гармоники от расстояния при потенциалах пространства дрейфа, не равных потенциалу спирали ЛБВ ($U_с = 500$ *в*), показаны на рис. 4. При малых потенциалах $U_д$ максимум мощности гармоники, а следовательно и образование сгустков электронов, имеют место на небольших расстояниях от спирали (кривая *1*: $P_0 = 0{,}5$ *мвт*, $U_д = 100$ *в*, кривые *2, 7, 9, 11*: $P_0 = 0{,}5$—10 *мвт*, $U_д = 200$ *в*). С увеличением потенциала пространства дрейфа наблюдается

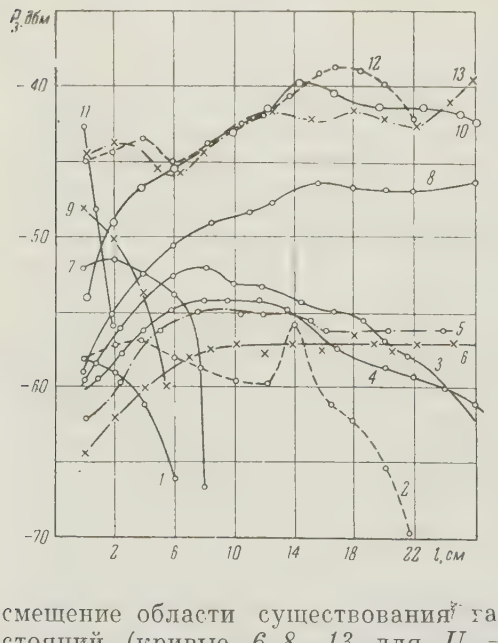


Рис. 4. Зависимость мощности третьей гармоники в потоке электронов на выходе ЛБВ от расстояния l вдоль потока при различных потенциалах цилиндра дрейфа и различных уровнях мощности сигнала на входе ЛБВ

$P_0 = 0{,}5$ *мвт*: *1* — $U_д = 100$ *в*; *2* — $U_д = 200$ *в*; *3* — $U_д = 400$ *в*; *4* — $U_д = 500$ *в*; *5* — $U_д = 600$ *в*; *6* — $U_д = 900$ *в*; $P_0 = 2$ *мвт*: *7* — $U_д = 200$ *в*; *8* — $U_д = 900$ *в*; $P_0 = 5{,}5$ *мвт*: *9* — $U_д = 200$ *в*; *10* — $U_д = 900$ *в*; $P_0 = 10$ *мвт*: *11* — $U_д = 200$ *в*; *12* — $U_д = 900$ *в*; $P_0 = 36$ *мвт*: *13* — $U_д = 900$ *в*

смещение области существования гармоники в сторону бо́льших расстояний (кривые *6, 8—13* для $U_д = 900$ *в*, $P_0 = 0{,}5$—36 *мвт*). Более наглядно это смещение видно на кривых *1—6* для $P_0 = 0{,}5$ *мвт*, $U_д = 100$—900 *в*. Кривые для мощности гармоники в функции координаты (рис. 3, 4), полученные для режимов работы ЛБВ при $P_0 \leqslant 10$ *мвт*, характеризуются одним главным максимумом.

Каждому значению мощности и потенциала соответствует определенное положение максимума. Такой же вывод можно сделать из осциллограмм зависимости сигнала третьей гармоники от потенциала цилиндра дрейфа (рис. 5, 6). Для режима усиления ЛБВ, близкого к линейному,

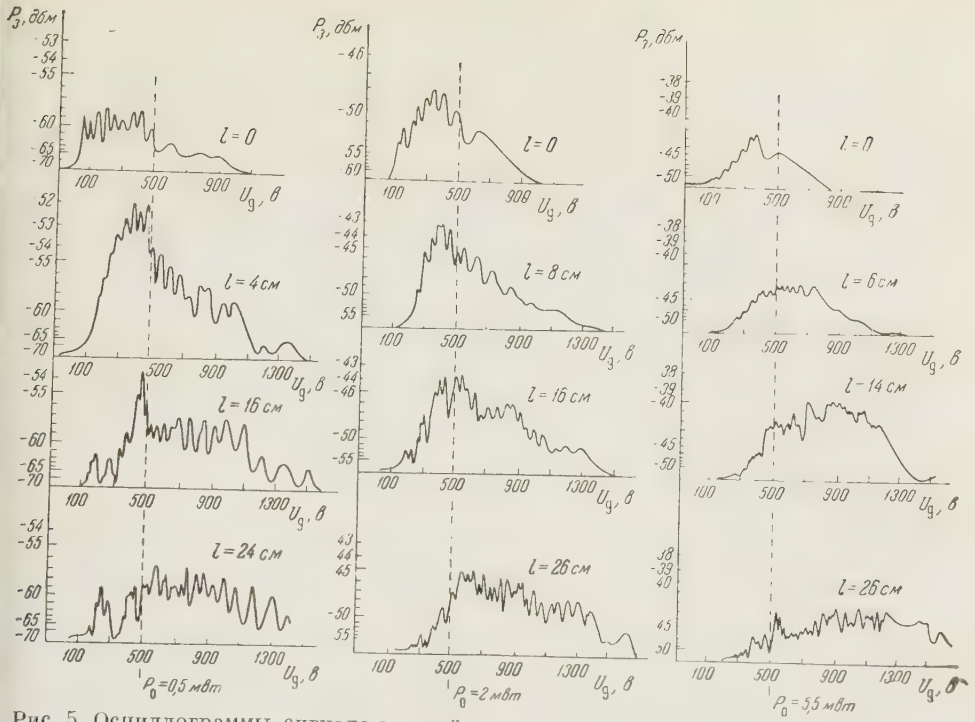


Рис. 5. Осциллограммы сигнала третьей гармоники при мощностях сигнала на входе ЛБВ 0,5; 2 и 5,5 *мвт*

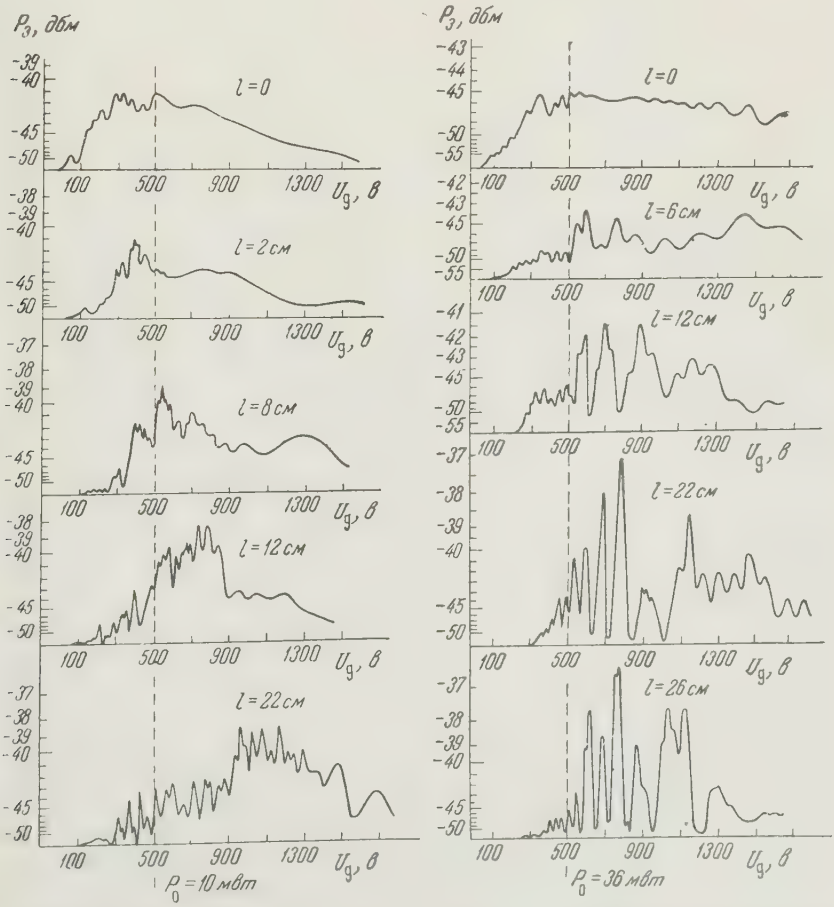


Рис. 6. Осциллограммы сигнала третьей гармоники при мощностях сигнала на входе ЛБВ 10 и 36 *мвт*

осциллограммы имеют на фоне многих мелких пиков один главный максимум, смещающийся в сторону бо́льших потенциалов дрейфа при перемещении зонда в сторону бо́льших расстояний. В режиме больших сигналов на входе ЛБВ ($P_0 \sim 10$ *мвт*) поток электронов оказывается сильно модулированным по току и скорости. На осциллограммах рис. 6, соответствующих такому потоку, наблюдается много максимумов, что связано с существованием в потоке плазменного усиления колебаний (см. § 6).

Стабильность амплитуды сигнала на выходе умножителя частоты связана с характером изрезанности кривых на осциллограммах. Наибольшая стабильность, т. е. меньшая чувствительность к флуктуациям напряжения $U_д$, получается в режимах, соответствующих наименьшей изрезанности кривых. Этому случаю соответствуют, например, осциллограммы рис. 5 для $P_0 = 5{,}5$ *мвт*, $l = 0$—6 *см*; рис. 6 для $P_0 = 10$ *мвт* и $l = 0$. Меньшая стабильность будет в режимах, для которых получены осциллограммы, подобные осциллограммам рис. 5 для $P_0 = 2$ *мвт*; рис. 6 для $P_0 = 36$ *мвт*.

5. УСИЛЕНИЕ ВОЛН ПРИ ТОРМОЖЕНИИ ПОТОКА ЭЛЕКТРОНОВ

Как показано в работе [12], при торможении потока электронов наблюдается усиление волн переменного тока и скорости. Эксперимент с лампой, имеющей подвижный зонд, позволил проследить изменение усиления волны тока третьей гармоники вдоль потока, заторможенного на участке спираль — цилиндр дрейфа. Осциллограммы рис. 5 указывают на существование быстрого, почти скачкообразного увеличения амплитуды третьей гармоники как только потенциал цилиндра дрейфа становится меньше потенциала спирали ($U_д < U_с = 500$ *в*). Усиление при торможении наблюдается только в режимах работы ЛБВ, близких к линейному. Наиболее отчетливо на осциллограммах оно проявляется при мощности входного сигнала $P_0 = 0{,}5$ *мвт* и менее отчетливо при $P_0 = 2$ *мвт* (рис. 5). Для $P_0 > 2$ *мвт* существенного усиления при торможении не наблюдается. Как видно из осциллограмм рис. 5, усиление при торможении приводит к росту сигнала гармоники при потенциалах цилиндра дрейфа $300\,в < U_д < 500$ *в* на расстояниях дрейфа, бо́льших плазменной длины волны в потоке. Наибольшая величина усиления мощности гармоники 5 *дб* (рис. 5) для $P_0 = 0{,}5$ *мвт* и $l = 16$ *см*. При перемещении зонда на расстояние $l > 16$ *см* наблюдается обратная картина — ослабление волн в заторможенном потоке; характерные осциллограммы, показывающие появление минимума, даны на рис. 5 ($P_0 = 0{,}5$ *мвт*, $l = 24$ *см*; $P_0 = 2$ *мвт*, $l = 16$ *см*; $P_0 = 5{,}5$ *мвт*; $l = 26$ *см*).

В ускоренном электронном потоке имеют место ослабление амплитуды гармоники при малых расстояниях l и усиление при больших l. Существованием ослабления объясняется быстрое убывание ординат кривых осциллограмм рис. 5 с ростом потенциала цилиндра дрейфа свыше 500 *в*, а также наличие минимума сигнала гармоники в некоторой области потенциалов, бо́льших 500 *в*. Минимум отчетливо виден на осциллограмме $P_0 = 0{,}5$ *мвт*, $l = 16$ *см* (рис. 5). Усиление сигнала гармоники при $U_д > 500$ *в* наблюдается на осциллограммах (рис. 5) $P_0 = 2$ *мвт*, $l = 16$ *см*; $P_0 = 5{,}5$ *мвт*, $l = 26$ *см*. Изменение величины мощности третьей гармоники вдоль потока при $P_0 = 0{,}5$ *мвт* показано на рис. 3 (кривая 1 для неускоренного потока $U_д = 500$ *в*, кривая 7 для замедленного потока $U_д = 490$ *в*, кривая 8 для ускоренного потока $U_д = 550$ *в*). По сравнению с неускоренным потоком на участке $l = 0 - 17$ *см* в замедленном потоке существует усиление волн, в ускоренном — ослабление. Для $l > 17$ *см* наблюдается обратное: в замедленном потоке ослабление волн, в ускоренном — усиление. Режим усиления сигнала гармоники в тормозящем поле может быть использован, например, в умножителях частоты на ЛБВ, поскольку первый каскад умножителей работает в режиме, близком к линейному [1, 2].

6. ПЛАЗМЕННОЕ УСИЛЕНИЕ МОЩНОСТИ ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИКИ ВДОЛЬ ПОТОКА ПРИ БОЛЬШИХ УРОВНЯХ СИГНАЛА НА ВХОДЕ ЛБВ

Как отмечено в § 3, 4, при больших уровнях сигнала на входе ЛБВ ($P_0 \geqslant 10$ *мвт*) в потоке наблюдается рост мощности третьей гармоники с расстоянием. Рассмотрим осциллограммы рис. 6 для $P_0 = 36$ *мвт*. Они показывают появление пиков, квазипериодически зависящих от напряжения $U_д$. Пики появляются, начиная с расстояния $l = 6$ *см*, их амплитуды с увеличением l растут; одновременно наблюдается и смещение пиков в сторону больших напряжений $U_д$. Периодичность повторения пиков несколько нарушается существованием мелкой изрезанности крайних осциллограмм, связанной с пульсацией диаметра потока электронов в магнитном поле. Однако общий характер периодического изменения проявляется вполне определенно. Периодичность по напряжению $U_д$ сопровождается периодичностью по координате l, показанной на рис. 7 для потенциалов дрейфа $U_д = 700$ *в* и $U_д = 900$ *в*. Картина напоминает картину стоячих волн. Длина стоячей волны, равная расстоянию между максимумами пиков, увеличивается с ростом потенциала пространства дрейфа.

С увеличением расстояния дрейфа наблюдается рост амплитуды стоячей волны, т. е. рост мощности третьей гармоники тока. Наибольший рост имеет место для потенциалов $U_д$, бо́льших потенциала спирали $U_с = 500$ *в*. Максимум сигнала гармоники достигается при потенциале $U_д = 800$ *в* и расстоянии дрейфа $l = 23$ *см*. Мощность гармоники в максимуме примерно на порядок превышает мощность гармоники в плоскости торца спирали ($l = 0$). Описанное явление было прослежено при различных величинах мощности сигнала на входе ЛБВ вплоть до $P_0 = 150$ *мвт*. При этом общий характер периодического изменения амплитуды сигнала гармоники по координате и по напряжению оставался неизменным. Мощность гармоники примерно та же, что и для случая $P_0 = 36$ *мвт*. Отметим, что при больших сигналах ($P_0 = 10 - 150$ *мвт*) усиление в ЛБВ близко к единице, и лампа работает в режиме заданного поля.

Для выяснения механизма усиления сигнала гармоники был проведен анализ соответствующих осциллограмм и графиков для определения длины волны колебания, создающего стоячую волну. Для случая, когда мощность сигнала на входе ЛБВ равнялась 36 *мвт*, получена зависимость $\Lambda = 9{,}5 \cdot 10^{-3} U_д$, где Λ — искомая длина волны (в сантиметрах); $U_д$ — потенциал цилиндра дрейфа (в вольтах). Эта зависимость справедлива для небольших расстояний дрейфа $l < 15$ *см*; при $l > 15$ *см* наблюдается уменьшение Λ с ростом l. Величина Λ зависит от мощности P_0 и с увеличением ее Λ уменьшается. Сказанное иллюстрируется зависимостью $\Lambda = 8{,}4 \cdot 10^{-3} U_д$, полученной при $P_0 = 58$ *мвт*.

Была проведена оценка длины волны электронных плазменных колебаний в потоке с учетом конечности его поперечных размеров Λ_q. Для Λ_q имеется соотношение $\Lambda_q = \Lambda_p / p$ [14], где p — коэффициент редукции; Λ_p — длина замедленной волны плазменных колебаний бесконечно-широкого потока: $\Lambda_p = v_0 / f_p$; $(2\pi f_p)^2 = \omega_p^2 = \eta j_0 / \varepsilon_0 v_0$; v_0 — средняя скорость электронов; f_p — частота плазменных колебаний; η — отношение заряда электрона к его массе; ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума; j_0 — средняя плотность тока. Величину j_0 можно определить лишь приближенно, $j_0 \approx 0{,}2$ *а/см*^{2} при токе луча $I_0 = 3{,}5$ *ма*. Значения коэффициента p для кольцевого потока в цилиндре дрейфа приведены в работе [13]. Для основного колебания ($\lambda_0 = 28{,}5$ *см*) при потенциале дрейфа 500 *в* находим $p = 0{,}15$; для третьей гармоники ($\lambda_3 = 9{,}5$ *см*) при $U_д = 500$ *в* имеем $p = 0{,}46$; при $U_д = 800$ *в* $p = 0{,}40$. Оценки, приведенные в широком диапазоне потенциалов $U_д$, дали значения Λ_q примерно в два раза больше значений Λ. Например, для третьей гармо-

ники при $U_д = 500$ *в* имеем $\Lambda = 4{,}8$ *см*, $\Lambda_q = 11$ *см*. Однако следует иметь в виду, что величины Λ_q были найдены по формулам линейной теории, верной для потоков с малой модуляцией тока. По сравнению с такими потоками поток, группирующийся в цилиндре дрейфа на выходе ЛБВ при больших уровнях сигнала, имеет большую нелинейность, частота плазменных колебаний в нем выше, длина волны Λ_q меньше. Ввиду сказанного можно сделать вывод о том, что стоячие волны длиной Λ являются стоячими волнами электронных плазменных колебаний.

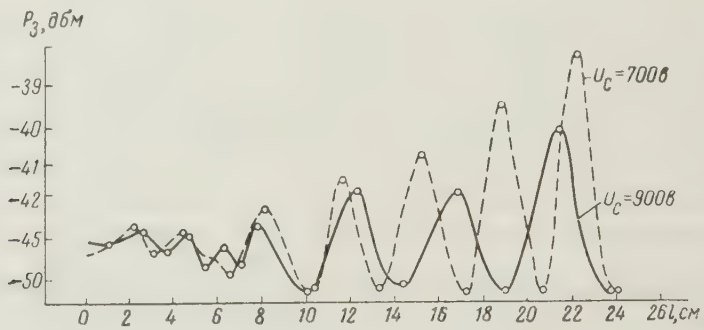


Рис. 7. Изменение мощности третьей гармоники с расстоянием l вдоль потока для потенциалов цилиндра дрейфа 700 и 900 *в* ($P_0 = 36$ *мвт*)

В режиме малых сигналов стоячие волны плазменных колебаний от сутствуют (рис. 3—5). На выходе ЛБВ в потоке электронов существу одна медленная волна пространственного заряда. В режиме больш сигналов (в режиме заданного поля) возбуждаются обе волны простра ственного заряда, наблюдается картина стоячих волн нарастающей а плитуды (рис. 6,7). Нарастание наблюдается только при условии, ес поток достаточно узок, т. е. если его поперечные размеры меньше дли замедленной волны усиливаемых колебаний (при $p < 0{,}5$ $U_д > 500$ *в*). Рассматриваемое явление, по-видимому, аналогично явлению роста ам плитуд гармоник с расстоянием в потоках с начальными колебаниям скорости, которое описано в работах [14, 15]. Действительно, при нал чии скоростной модуляции рост амплитуд гармоник имеет место толь в узких потоках электронов и проявляется как нарастание амплиту стоячих волн электронных плазменных колебаний. В указанных работа явление трактуется как параметрическое усиление с низкочастотно подкачкой на частоте основной составляющей тока.

ВЫВОДЫ

1. Способ съема энергии гармоник, примененный в экспериментально лампе для изучения явления группировки электронов и основанный и использовании излучения электронных сгустков вблизи неоднородносте прост и достаточно чувствителен.

2. Максимальные значения мощности третьей гармоники достига ются на расстояниях, бо́льших длины замедленной волны плазменны колебаний в потоке. В режиме малых сигналов на входе ЛБВ завис мости мощности гармоники от координаты и потенциала пространст дрейфа характеризуются одним главным максимумом и не содержат стоя чих волн модуляции плазменными колебаниями.

3. Максимальные значения мощности третьей гармоники сгруппир ванного потока в пространстве дрейфа меньше максимального значен мощности гармоники в ЛБВ, однако отличие не более чем на 4 *б*

4. Изменением потенциала пространства дрейфа можно смещать область существования гармоник на различные расстояния от спирали ЛБВ.

5. При большом уровне сигнала на входе ЛБВ в потоке появляется насыщенное усиление волн, которое приводит к дополнительному возрастанию мощности сигнала гармоники примерно на порядок.

6. При потенциалах пространства дрейфа, меньших потенциала спирали ЛБВ, торможение электронов на участке спираль — цилиндр дрейфа позволяет получить в потоке дополнительное усиление сигнала гармоники.

7. Приведенные осциллограммы изменения сигнала гармоники в зависимости от потенциала дрейфа позволяют оценить стабильность работы умножителя относительно флуктуаций потенциала в различных режимах.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Канавец, Двулучевой умножитель частоты на пространственно-разделенных спиралях, Сообщение на Всесоюзной конференции по радиоэлектронике, Саратов, 1957.
2. D. J. Bates, E. L. Ginzton, Travelling-wave frequency multiplier, Proc. I. R. E., 1957, **45**, 7, 938.
3. R. W. De Grasse, D. A. Dunn, R. W. Grow, G. Wide, Microwave frequency mixing and frequency division with beam-type tubes, IRE Wescon Convention Record, 1957, **1**, 3, 163.
4. A. J. Ashkin, Parametric amplification of space charge wave, J. Appl. Phys., 1958, **29**, 12, 1646.
5. В. Б. Брагинский, Е. Р. Мустель, Экспериментальное исследование излучения электронных сгустков вблизи неоднородностей, Изв. вузов МВО СССР (Радиофизика), 1958, **1**, 3, 124.
6. A. Nordsieck, Theory of the large signal behaviour of travelling wave amplifiers, Proc. I. R. E., 1953, **41**, 5, 630.
7. Л. А. Вайнштейн, Нелинейная теория ЛБВ, Радиотехника и электроника, 1957, **2**, 7, 883; 1957, **2**, 8, 1027.
8. I. E. Rowe, A large-signal analysis of the travelling-wave amplifier: theory and general results, IRE Trans. Electron Devices, 1956, **ED-3**, 1, 39.
9. Клистроны, Изд. Советское радио, 1952.
10. S. E. Webber, Large signal analysis of the multicavity klistron, IRE Trans. Electron Devices, 1958, **ED-5**, 4, 98.
11. W. W. Rigrod, Noise spectrum of electron beam in longitudinal magnetic field, Bell System Techn., J., 1957, **37**, 4, 831.
12. P. K. Tien, L. M. Field, Space-charge waves in an accelerated electron stream for amplification microwave signals, Proc. I. R. E., 1952, **40**, 6, 688.
13. G. M. Branch, T. G. Mihran, Plasma frequency reduction factors in electron beams, IRE Trans. Electron Devices, 1955, **ED-2**, 2, 3.
14. T. G. Mihran, Harmonic current growth in velosity-modulated electron beams, J. Appl. Phys., 1959, **30**, 9, 1346.
15. F. Paschke, Generation of second harmonic in a velosity-modulated electron beam of finite diameter, RCA Rev., 1958, **19**, 4, 617.

Физический факультет
Московского государственного
университета им. М. В. Ломоносова
Кафедра радиотехники

Поступила в редакцию
21V1960

1961 №

ФОКУСИРОВКА ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ЛАМПЕ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ ПЕРИОДИЧЕСКИМ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

А. Л. Игрицкий

Предложен метод расчета траекторий электронов в сплошном и полом электронных пучках ЛБВ с периодическим электростатическим полем, получаемым при помощи бифилярных спиралей.

Приведен вывод дифференциального уравнения траектории электрона и его интегрирование для более сложного случая—полого пучка. Выведенные уравнения с некоторыми изменениями применимы и к сплошным пучкам.

Выведено условие оптимальной фокусировки, при выполнении которого граничные траектории полого пучка приблизительно параллельны оси лампы, или же (в случае сплошного пучка) обеспечивается малая волнистость траекторий электронов на заданном радиусе.

Показано, что периодическое электростатическое поле может являться «трансформатором» поперечного сечения полого пучка. Доказано, что периодическая электростатическая фокусировка сплошного пучка возможна и в случае использования обычного электронного прожектора с односкоростным потоком электронов.

1. ВЫВОД ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ ЭЛЕКТРОНА В ПОЛОМ ПУЧКЕ И ЕГО ИНТЕГРИРОВАНИЕ

Для фокусировки полого пучка используется бипериодическое фо кусирующее устройство [1], схема которого приведена на рис. 1. Оно состоит из двух бифилярных спиралей, между которыми проходит кол цевой пучок. Для простоты будем считать, что обе бифилярные спирал имеют одинаковый шаг L и одинаковую разность потенциалов $2V_f$ меж лентами. Средний потенциал обеих спиралей равен V_0. Распределени потенциала в пространстве между спиралями для этого случая определен в работе [2] и представляется в виде бесконечного ряда. Ограничивая только первым членом ряда, ввиду малости остальных, для распредел ния потенциала можно написать выражение

$$V(r;\ \varphi;\ z) = V_0 + V(r)\cos\left(\frac{2\pi}{L}z - \varphi\right), \qquad (1$$

где

$$V(r) = \frac{4V_f \sin\pi\sigma}{\pi^2\sigma}\frac{\left[K_1\left(\frac{2\pi}{L}r_2\right) - K_1\left(\frac{2\pi}{L}r_1\right)\right]I_1\left(\frac{2\pi}{L}r\right) - \left[I_1\left(\frac{2\pi}{L}r_2\right) - I_1\left(\frac{2\pi}{L}r_1\right)\right]K_1\left(\frac{2\pi}{L}r\right)}{I_1\left(\frac{2\pi}{L}r_1\right)K_1\left(\frac{2\pi}{L}r_2\right) - I_1\left(\frac{2\pi}{L}r_2\right)K_1\left(\frac{2\pi}{L}r_1\right)} = 2\zeta(r)\,V_f. \qquad (2$$

В уравнениях (1) и (2) σ — отношение расстояния d между соседни лентами спирали к периоду L электростатического поля, равно шагу бифилярной спирали; I_1 и K_1 — видоизмененные функц Бесселя первого и второго родов, первого порядка; r_1 — нару ный радиус внутренней спирали; r_2 — внутренний радиус наружи

ифилярной спирали; φ — угол поворота около оси z, являющейся ью симметрии ЛБВ. В рассматриваемом случае электрическое поле висит от угла φ и не является аксиально-симметричным. Поэтому необходимо рассмотреть движение электрона в электростатическом поле по трем цилиндрическим координатам r, φ и z.

Эти уравнения имеют вид [3]

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 - \eta \frac{\partial V}{\partial r} = -\eta E_r, \tag{3}$$

$$r\ddot{\varphi} + 2\dot{\varphi}\dot{r} = \frac{1}{r}\eta \frac{\partial V}{\partial \varphi}, \tag{4}$$

$$\ddot{z} = \eta \frac{\partial V}{\partial z}. \tag{5}$$

Здесь точки обозначают производные по времени; V — электростатический потенциал, определяемый уравнением (1); η — отношение заряда электрона к его массе; E_r — радиальная составляющая напряженности электрического поля, создаваемой пространственным зарядом полого пучка. Она может быть определена по формуле [1]

$$E_r = -\frac{dV}{dr} = -\frac{j}{2\varepsilon_0 r v_z}(r^2 - r_e^2), \tag{6}$$

где j — плотность тока в пучке; v_z — аксиальная скорость электрона; ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума; r_e — равновесный радиус, на котором поле пространственного заряда равно нулю.

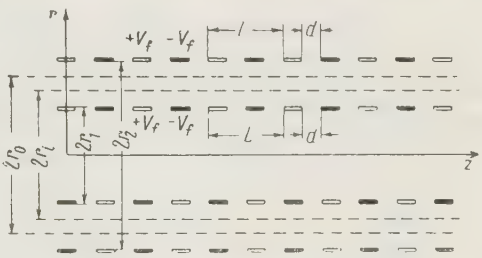


Рис. 1. Схема биперио дического фокусирующего устройства

Будем считать, что расположенные друг против друга ленты внутренней и наружной бифилярных спиралей имеют одинаковые потенциалы; тогда равновесный радиус можно найти по формуле [1]

$$r_e^2 = \frac{1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}\left[\left(r_0^2 \ln \frac{r_2}{r_0} + r_i^2 \ln \frac{r_i}{r_1}\right) + \frac{1}{2}(r_0^2 - r_i^2)\right], \tag{7}$$

где r_0 и r_i — соответственно наружный и внутренний радиусы полого пучка.

Пусть ток по сечению пучка распределен равномерно и в процессе движения не происходит пересечения электронных траекторий. Тогда в уравнении (6) по абсолютной величине

$$|j(r^2 - r_e^2)| = \frac{I_r}{\pi} = \text{const}, \tag{8}$$

где I_r — часть тока, проходящего в пространстве между цилиндром радиуса r_e и цилиндрической поверхностью, получающейся при вращении вокруг оси z траектории электрона, которая проходит через точку с координатами $(r; z)$. Этот ток будет постоянным, так как электроны не выходят и не входят через боковую поверхность указанного пространства. Если подставить значение E_r из (6) в (3), то получится нелинейное дифференциальное уравнение. Чтобы его линеаризовать, будем рассматривать малые изменения радиуса пучка около некоторого значения $r_в = \text{const}$, равного радиальной координате электрона при входе в периодическое устройство:

$$r = r_в(1 + \delta), \tag{9}$$

где $\delta \ll 1$. Для упрощения примем также, что угловая скорость электрона $\dot{\varphi}$, обусловленная асимметрией поля, будет малой величиной,

близкой к нулю. При таком допущении в уравнении (3) можно пр небречь членом $r\varphi^2$ как малой высшего порядка. Разложим потенциа $V(r)$ в уравнении (2) в ряд Тейлора в окрестности $r = r_в$ по степеня $r_в\delta$

$$V(r) = V(r_в) + V'(r_в)\, r_в\delta + \frac{1}{2} V''(r_в)\, r_в^2\delta^2 + \ldots . \qquad (10)$$

Здесь штрихи обозначают производные по r. Используя (6), (8), (9), (1 и (10) с учетом вышеприведенных замечаний, уравнение (3) можн представить в виде

$$\ddot{\delta} + \left[\pm \frac{\eta I_r}{2\pi\varepsilon_0 v_z r_в^2} - \eta V''(r_в) \cos\left(\frac{2\pi}{L} z - \varphi\right)\right]\delta = \pm \frac{\eta I_r}{2\pi\varepsilon_0 v_z r_в^2} + \\ + \frac{\eta V'(r_в)}{r_в} \cos\left(\frac{2\pi}{L} z - \varphi\right). \qquad (11)$$

В уравнении (11) у членов с двойным знаком знак плюс соответ ствует траектории электрона, который входит в периодическое поле с радиальной координатой $r_в > r_e$, а знак минус — электрону с входной координатой $r_в < r_e$. Рассматривая сечение электронного пучка на входе в периодическое электростатическое поле, выразим ток I_r через полный ток $I_п$ полого пучка и введем обозначение

$$B_в^2 = \frac{\sqrt{2}\, I_п}{\pi\varepsilon_0 \eta^{3/2} V_0^{1/2} r_в^2} \left| \frac{r_в^2 - r_e^2}{r_0^2 - r_i^2} \right|. \qquad (12)$$

Чтобы перейти к дифференциальному уравнению траектории, заменим производную по времени в (11) производной по координате z. Так как скорость электрона в данном случае меняется в направлении оси z за счет периодического электростатического поля, то

$$\ddot{\delta} = v_z^2 \frac{d^2\delta}{dz^2} + v_z \frac{dv_z}{dz} \frac{d\delta}{dz}. \qquad (13)$$

Тогда получим уравнение, которое будет содержать первую производную $d\delta/dz$. Чтобы избавиться от члена с первой производной, введем функцию y подстановкой

$$\delta = v_z^{-1/2} y. \qquad (14)$$

В результате преобразований будем иметь

$$\frac{d^2y}{dz^2} + \left[\frac{1}{4v_z^2}\left(\frac{dv_z}{dz}\right)^2 - \frac{1}{2v_z}\frac{d^2v_z}{dz^2} \pm \frac{\eta B_в^2}{8V_0}\left(\frac{v_0}{v_z}\right)^3 - \frac{\eta V''(r_в)}{v_z^2} \cos\left(\frac{2\pi}{L} z - \varphi\right)\right] y = \\ = \pm \frac{\eta B_в^2}{8V_0} v_0^3 v_z^{-5/2} + \frac{\eta V'(r_в)}{r_в} v_z^{-3/2} \cos\left(\frac{2\pi}{L} z - \varphi\right). \qquad (15)$$

Скорость электрона v_z можно выразить через потенциал и с учетом (1) и (10) она будет равна

$$v_z = \sqrt{2\eta V} = v_0 \left[1 + \frac{V(r_в)}{2V_0} \cos\left(\frac{2\pi}{L} z - \varphi\right)\right]. \qquad (16)$$

При выводе выражения (16) принято, что $V(r_в)/V_0 \ll 1$. Скорость v_z определяется из (16), если положить $V = V_0$. Будем считать φ под знаком косинуса постоянным, равным по значению $\varphi_в$ на входе в периодическое поле: $\varphi = \varphi_в = \text{const}$. Производя замену независимой

переменной посредством подстановки

$$t = \frac{\pi}{L} z - \frac{\varphi_в}{2} \tag{17}$$

вводя (16) в (15), после ряда преобразований получим окончательно следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + (a - 2q\cos 2t)\, y = b + 2p\cos 2t. \tag{18}$$

В уравнении (18) обозначено:

$$a = \pm \frac{\eta B_в^2}{8V_0}\left(\frac{L}{\pi}\right)^2, \tag{19}$$

$$2q = \left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \frac{V''(r_в)}{2V_0} - \frac{V(r_в)}{V_0} \pm \frac{3}{16}\frac{\eta B_в^2}{V_0}\frac{V(r_в)}{V_0}\left(\frac{L}{\pi}\right)^2, \tag{20}$$

$$b = \pm\left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \frac{\eta B_в^2}{8V_0} v_0^{1/2}, \tag{21}$$

$$2p = \left(\frac{L}{\pi}\right)^2 v_0^{1/2}\left[\frac{V'(r_в)}{2V_0 r_в} \mp \frac{5}{32}\frac{\eta B_в^2}{V_0}\frac{V(r_в)}{V_0}\right]. \tag{22}$$

Уравнение (18) представляет собой неоднородное дифференциальное уравнение Матье. Коэффициенты уравнения, определяемые формулами (19) — (22), постоянны для рассматриваемой траектории электрона с входным радиусом $r = r_в$. Однако если рассматривать весь полый пучок, то в нем $r_в$ меняется от r_0 до r_i, в соответствии с чем будут меняться и коэффициенты уравнения. Как известно [4], уравнение Матье может иметь устойчивое и неустойчивое решения. Характер решения определяется из графика устойчивости, приведенного на рис. 2, по коэффициентам a и q. С изменением входного радиуса $r_в$ от r_0 до r_i коэффициент a, как видно из формул (12) и (19), будет меняться от положительного значения $a_н$ до некоторого отрицательного значения a_i и при $r_в = r_e$ будет равен нулю. Коэффициент $2q$ также меняется с изменением $r_в$. Такое изменение коэффициента a приводит к заключению, что устойчивый полый пучок получится, если все траектории электронов математически соответствуют нулевой зоне стабильности уравнения Матье $n = 0$, ограниченной кривыми a_0 и b_1.

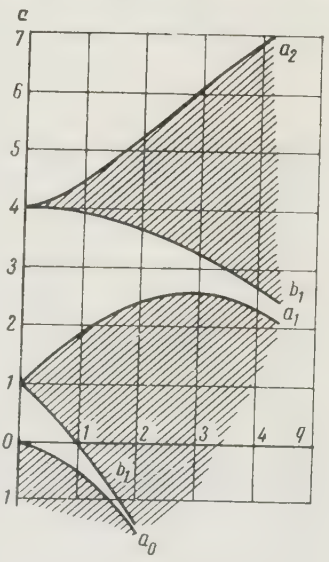


Рис. 2. Диаграмма устойчивости для функций Матье

Общее решение неоднородного уравнения Матье дано в работе [5]. Ради простоты будем рассматривать траекторию электрона, который входит в периодическое поле при его максимуме с радиальной координатой $r = r_в$, двигаясь в плоскости $\varphi = 0$ параллельно оси лампы. Тогда начальные условия можно записать в виде (при $z_0 = t_0 = 0$)

$$\varphi_в = 0,\ \delta_в = y_в = 0,\ y'_в = r'_в = \delta'_в = 0. \tag{23}$$

В соответствии с работой [5] решение уравнения (18) для этих начальных условий при $n = 0$ будет следующим:

$$y(t) = y_{c0}\cos\beta t + y_{c-2}\cos[(\beta - 2)t] + y_{c+2}\cos[(\beta + 2)t] + y_п + \\ + y_2\cos 2t + y_4\cos 4t. \tag{24}$$

В уравнении (24) обозначено:

$$y_{c0} = \frac{1}{c^2}\,[c_0^2(A_0 - B_0 - D_0) + c_0c_{-2}\,(A_{-1} - B_{-1} - D_{-1}) + \\ + c_0c_{+2}\,(A_1 - B_1 - D_1)], \tag{25}$$

$$y_{c-2} = \frac{1}{c^2}\,c_0c_{-2}\,(A_0 - B_0 - D_0), \tag{26}$$

$$y_{c+2} = \frac{1}{c^2}\,c_0c_{+2}(A_0 - B_0 - D_0), \tag{27}$$

$$y_{\text{п}} = \frac{1}{c^2}\,[-c_0^2A_0 + c_0c_{-2}\,(B_0 + D_{-1}) + c_0c_{+2}\,(B_1 + D_0)], \tag{28}$$

$$y_2 = \frac{1}{c^2}\,[c_0^2(B_0 + D_0) - c_0c_{-2}(A_0 + A_{-1}) - c_0c_{+2}(A_0 + A_1)], \tag{29}$$

$$y_4 = \frac{1}{c^2}\,[c_0c_{-2}(D_0 + B_{-1}) + c_0c_{+2}(B_0 + D_1)], \tag{30}$$

$$c^2 = c_0^2\beta + 2\,[c_0c_{-2}(\beta - 1) + c_0c_{+2}(\beta + 1)], \tag{31}$$

$$\beta \simeq \left\{a - \frac{a-1}{[2\,(a-1)^2 - q^2]}\,q^2 - \frac{5a+7}{32\,(a-1)^3\,(a-4)}\,q^4\right\}^{1/2}. \tag{32}$$

Коэффициенты c_0, c_{-2} и c_{+2} находятся из рекуррентного соотношения

$$[a - (2r + \beta)^2]\,c_{2r} - q\,(c_{2r-2} + c_{2r+2}) = 0. \tag{33}$$

Коэффициенты A, B и D, входящие в уравнения (25) — (30), зависят от неоднородной части уравнения Матье, и в данном случае в соответствии с работой [5], равны

$$A_0 = -\frac{b}{\beta},\quad B_0 = \frac{p}{\beta - 2},\quad D_0 = \frac{p}{\beta + 2},$$

$$A_{-1} = -\frac{b}{\beta - 2},\quad B_{-1} = \frac{p}{\beta - 4},\quad D_{-1} = \frac{p}{\beta},$$

$$A_1 = -\frac{b}{\beta + 2},\quad B_1 = \frac{p}{\beta},\quad D_1 = \frac{p}{\beta + 4}. \tag{34}$$

Имея выражение для y, волнистость пучка можно определить из (14), причем с достаточной точностью можно положить $v_z = v_0$.

2. ПРИМЕР

Рассчитаем конфигурацию полого пучка в ЛБВ с бипериодической фокусировкой. Электростатическое поле создается при помощи двух бифилярных спиралей, имеющих следующие размеры (см. рис. 1): $r_1 = 3$ *мм*, $r_2 = 5$ *мм*, $L_1 = L_2 = L = 2{,}8$ *мм*, $d_1 = d_2 = d = 0{,}8$ *мм*. Разность потенциалов между лентами одинакова для обеих спиралей и равна $2V_f = 550$ *в*. В электронном прожекторе электроны ускоряются постоянным напряжением $V_0 = 1800$ *в*. Ток пучка $I_{\text{п}} = 4 \cdot 10^{-3}$ *а* и при входе в периодическое электростатическое поле пучок имеет размеры $r_0 = 4{,}2$ *мм*, $r_i = 3{,}8$ *мм*. Внешняя граница пучка определяется траекторией электрона, имеющего на входе радиальную координату $r_{\text{в}} = r_0$. Вычисляя коэффициенты, входящие в уравнение (18), получим

$$\frac{d^2y}{dt^2} + (2 \cdot 10^{-5} - 3.58 \cdot 10^{-2}\cos 2t)\,y = 0{,}1 + 19{,}4\cos 2t. \tag{35}$$

ычисленным значениям a и q на рис. 2 соответствует точка в зоне стойчивости $n = 0$. Определяя коэффициенты по формулам (25)—(34) подставляя их значения в (24), получим $y(t)$. С учетом формул (14) (9) наружная граница пучка будет описываться уравнением

$$r_{\text{н}} = 4{,}2\left[1 - 13{,}5 \cdot 10^{-3} \cos\left(\frac{2\pi}{418} z\right) + 0{,}498 \cdot 10^{-3} \cos\left(\frac{2\pi}{2{,}82} z\right) - \right.$$

$$\left. + 0{,}486 \cdot 10^{-3} \cos\left(\frac{2\pi}{2{,}78} z\right) + 14{,}4 \cdot 10^{-3} - 1{,}884 \cdot 10^{-3} \cos\left(\frac{2\pi}{2{,}8} z\right)\right]. \quad (36)$$

уравнении (36) r и z выражены в миллиметрах.

Внутренняя граница пучка определяется траекторией электрона, меющего на входе радиальную координату $r_{\text{в}} = r_i$. Расчет этой траекории производится аналогично предыдущему, но в формулах (19)—22) у членов с двойным знаком берется нижний знак. Уравнение (18) в анном случае будет иметь вид

$$\frac{d^2y}{dt^2} + (-1{,}92 \cdot 10^{-5} - 4{,}17 \cdot 10^{-2} \cos 2t)\, y = -9{,}65 \cdot 10^{-2} - 16{,}1 \cos 2t. \quad (37)$$

Вычисленным значениям a_i и q_i на рис. 2 соответствует точка, расположенная ниже оси абсцисс. Вследствие малости величин a_i и q_i з графика трудно установить, будет ли решение устойчивым. Как ледует из теории функций Матье [4], граница устойчивости в данном лучае определяется собственным значением функции $ce_0(z;\ q)$ и предтавляется уравнением

$$a_0 \simeq -\frac{1}{2} q^2 + \frac{7}{128} q^4. \quad (38)$$

Подставляя сюда значение $q_i = 2{,}085 \cdot 10^{-2}$, получим $a_0 = -2{,}175 \cdot 10^{-4}$. Мы видим, что по абсолютной величине $|a_0| > |a_i|$ и, следовательно, ешение уравнения Матье (37) будет устойчивым. Однако так как абочая точка на диаграмме устойчивости близка к кривой a_0, то апас устойчивости для внутренней граничной траектории невелик нарушение устойчивости, например при увеличении тока, по-видимоу, наблюдается именно по внутренней границе пучка.

Уравнение (38) позволяет объяснить экспериментальный результат Iена [1, 6], а именно получение высокой крутизны $K = I_i V_0^{3/2}$ при низких ускоряющих напряжениях. Согласно формулам (12) и (19) при снижении напряжения V_0 коэффициент a по абсолютной величине возрастает пропорционально $1/V_0^{3/2}$. Собственное значение функции $ce_0(z;\ q)$, определяющее устойчивость, согласно формулам (20) и (38) при снижении напряжения возрастает более быстро, пропорционально $1/V_0^2$. Таким образом, при снижении напряжения запас устойчивости возрастает, а крутизна K увеличивается.

Уравнение для внутренней границы пучка имеет вид

$$r_{\text{вн}} = 3{,}8\left[1 + 11{,}45 \cdot 10^{-3} \cos\left(\frac{2\pi}{397} z\right) - 0{,}506 \cdot 10^{-3} \cos\left(\frac{2\pi}{2{,}82} z\right) - \right.$$

$$\left. - 0{,}49 \cdot 10^{-3} \cos\left(\frac{2\pi}{2{,}78} z\right) - 12{,}17 \cdot 10^{-3} + 1{,}712 \cdot 10^{-3} \cos\left(\frac{2\pi}{2{,}8} z\right)\right]. \quad (39)$$

На рис. 3 по уравнениям (36) и (39) построена конфигурация полого пучка в биперподическом фокусирующем устройстве. Там же построена траектория электрона, имеющего входной радиус $r_{\text{в}} = 4{,}1$ *мм*. Траектории электронов не пересекаются и движение электронов в пучке является

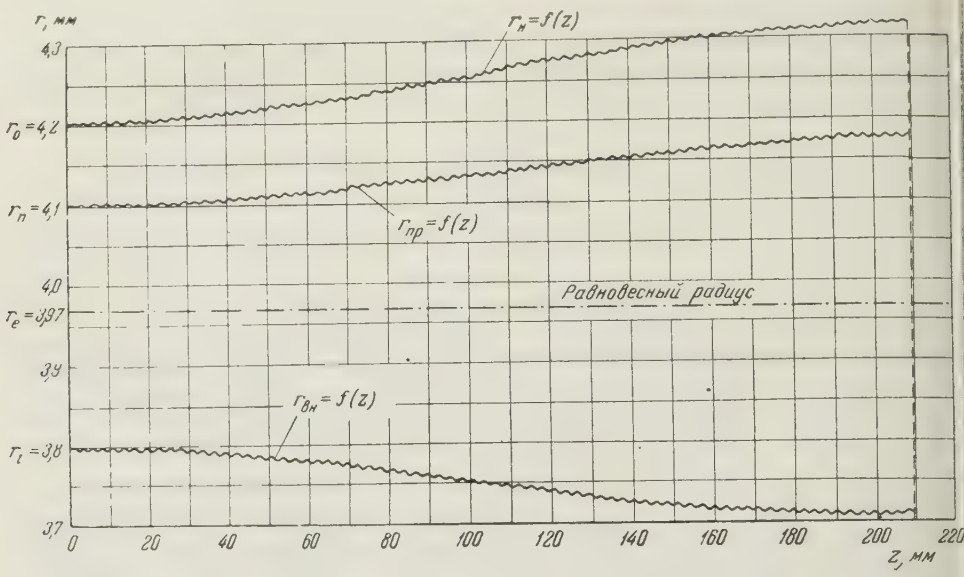


Рис. 3. Конфигурация полого пучка в биперіодическом фокусирующем устройстве ($r_н = f(z)$ — наружная граница пучка, $r_{вн} = f(z)$ — внутренняя граница пучка, $r_{пр} = f(z)$ — промежуточная траектория с $r_в = 4{,}1$ *мм*)

приблизительно ламинарным. Рис. 3 показывает также, что в процессе движения в периодическом электростатическом поле имеет место значительное отклонение электронов в радиальном направлении. В связи с этим возникает вопрос, нельзя ли таким образом подобрать параметры фокусирующего устройства, чтобы создать пучок электронов, параллельный оси лампы.

3. МЕТОД СОЗДАНИЯ ПОЛОГО ПУЧКА, ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ОСИ ЛАМПЫ

Анализ показывает, что наиболее существенный вклад в радиальное отклонение электрона вносят члены, содержащие y_{c0} и $y_п$. Характерной особенностью уравнения Матье для случая электростатической фокусировки пучков является малая величина коэффициентов a и q (a и $q \ll 1$), что позволяет вывести сравнительно простые приближенные формулы для y_{c0} и $y_п$. С учетом малости величин a и q с достаточной точностью уравнение (32) можно записать в виде

$$\beta \simeq \left(a + \frac{q^2}{2}\right)^{1/2}. \tag{40}$$

Вследствие малости коэффициентов a и q, $\beta \ll 1$. При вычислении из (33) коэффициентов c_{+2} и c_{-2} можно пренебречь коэффициентами c_{-4} и c_{+4}. В итоге для c_{-2} и c_{+2} получим формулу

$$c_{-2} = c_{+2} \simeq -\frac{q}{4} c_0. \tag{41}$$

Вследствие малости β формулы (34) для коэффициентов A, B и D можно переписать в виде

$$\begin{aligned} A_0 &= -\frac{b}{\beta}, \quad B_0 = -\frac{p}{2}, \quad D_0 = \frac{p}{2}, \\ A_{-1} &= \frac{b}{2}, \quad B_{-1} = -\frac{p}{4}, \quad D_{-1} = \frac{p}{\beta}, \\ A_1 &= -\frac{b}{2}, \quad B_1 = \frac{p}{\beta}, \quad D_1 = \frac{p}{4}. \end{aligned} \tag{42}$$

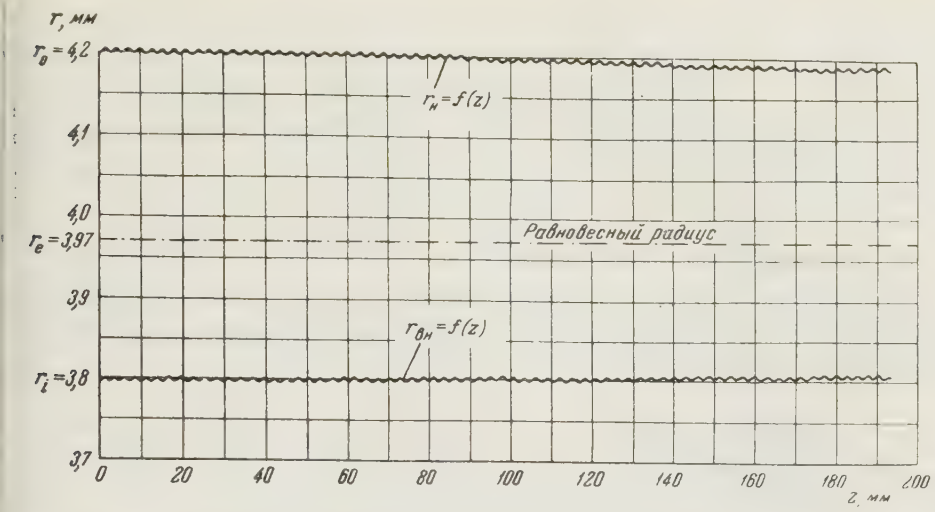


Рис. 4. Конфигурация полого пучка в биперiодическом фокусирующем устройстве при оптимальном напряжении между лентами спиралей ($r_н = f(z)$ — наружная граница пучка, $r_{вн} = f(z)$ — внутренняя граница пучка)

Подставляя полученные значения в формулы (25), (28) и (31), найдем

$$y_п = -y_{со} = \frac{1}{\beta^2}\left[b - \frac{qp}{2}\right], \tag{43}$$

и уравнение (24) приближенно можно представить в виде

$$y(t) = \frac{1}{\beta^2}\left(b - \frac{qp}{2}\right)(1 - \cos\beta t). \tag{44}$$

Желательно, чтобы радиальное отклонение граничной траектории пучка было возможно меньше. Полагая

$$b = \frac{qp}{2}, \tag{45}$$

получим практически параллельный пучок электронов.

Из уравнения (45) можно определить ту оптимальную разность потенциалов между лентами бифилярной спирали, которая обеспечит параллельность оси траектории крайнего электрона. Для этого подставим в (45) значения величин из формул (20) — (22). Как показывают расчеты, в этих формулах для q и p последние слагаемые представляют собой лишь малые поправки, на 2—3 порядка меньшие предыдущих слагаемых, и поэтому они могут быть опущены. Тогда получим

$$(2V_f)_{опт} = \sqrt{\frac{2r_в V_0 \eta\,(\pm B_в^2)}{\zeta'(r_в)}\left[\frac{L^2\zeta''(r_в)}{\pi^2\,2} - \zeta(r_в)\right]^{-1}}. \tag{46}$$

Коэффициенты ζ, ζ' и ζ'' определяются из уравнения (2). На рис. 4 показаны траектории граничных электронов пучка, вычисленные при оптимальном напряжении между лентами спирали, равном для нашего примера $2V_f = 592$ *в*. Мы видим, что граничные траектории пучка параллельны оси лампы.

Из рассмотрения рис. 3 и 4 нетрудно заключить, что периодическое электростатическое поле, длина которого вдоль оси z равна L/β, может являться своеобразным трансформатором поперечного сечения полого пучка. При этом сечение пучка на выходе из периодического поля может быть больше, меньше или же равняться сечению пучка на входе. Электро-

ны, которые входят в периодическое электростатическое поле, двигаясь параллельно оси системы на выходе, также будут лететь приблизительно параллельно оси. Чтобы сечение пучка на выходе равнялось сечению на входе, очевидно, необходимо приложить между лентами спиралей напряжение, равное оптимальному (см. рис. 4). Если напряжение между лентами спирали будет несколько меньше оптимального, то сечение пучка на выходе окажется больше, чем на входе (см. рис. 3), и обратно.

4. ФОКУСИРОВКА СПЛОШНОГО ПУЧКА БИФИЛЯРНОЙ СПИРАЛЬЮ

На рис. 5 показана бифилярная ленточная спираль для периодической электростатической фокусировки сплошного электронного пучка [7]. Распределение потенциала внутри спирали можно рассчитать по формуле [2]

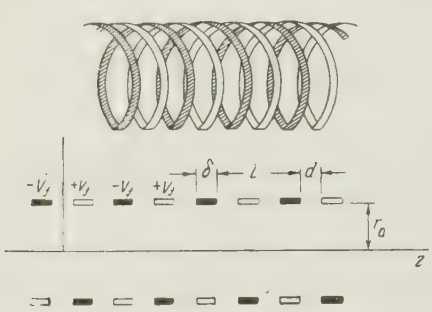


Рис. 5. Бифилярная ленточная спираль (по оси ординат отложено r)

$$V(r;\varphi;z) = V_0 + V(r)\cos\left(\frac{2\pi}{L}z - \varphi\right), \tag{47}$$

где

$$V(r) = 4V_f\frac{\sin\pi\sigma}{\pi^2\sigma}\frac{I_1\left(\frac{2\pi}{L}r\right)}{I_1\left(\frac{2\pi}{L}r_a\right)} = 2\zeta(r)V_f. \tag{48}$$

Здесь r_a — внутренний радиус бифилярной спирали; остальные обозначения были указаны выше. Коэффициент $B_в^2$ для сплошного пучка определяется по формуле [7]

$$B_в^2 = \frac{V\overline{2}I}{\pi\varepsilon_0\eta^{3/2}V_0^{1/2}r_в^2}. \tag{49}$$

Для траектории электрона будет справедливо дифференциальное уравнение (18). При этом в формулах (19) — (22) для коэффициентов этого уравнения у членов с двойным знаком следует взять лишь один верхний знак. Входящие в эти формулы значения потенциала, его производных и $B_в^2$ нужно подставлять из формул (47) — (49). Вследствие малости периода L в случае электростатической фокусировки коэффициенты a и q малы и поэтому на диаграмме устойчивости (рис. 2) этим значениям a и q соответствует нулевая зона стабильности $n = 0$. Будем рассматривать траектории, для которых справедливы начальные условия (23). Решение уравнения (18) для этих начальных условий при $n = 0$ будет определяться, как и в случае полого пучка, формулами (24) — (34).

По этим формулам был произведен расчет траектории крайнего электрона в ЛБВ с периодическим электростатическим полем, которое создавалось при помощи бифилярной спирали, имеющей следующие размеры (см. рис. 5): $r_a = 2$ *мм*, $L = 3{,}6$ *мм*, $d = 1{,}04$ *мм*. Разность потенциалов между лентами спирали $2V_f = 170$ *в*. В электронном прожекторе электроны ускоряются постоянным напряжением $V_0 = 500$ *в*. Ток пучка электронов $I = 10^{-3}$ *а* и при входе в периодическое электростатическое поле пучок имеет радиус $r_0 = 1{,}6$ *мм*. Расчетная траектория крайнего электрона показана на рис. 6 (кривая *а*). Мы видим, что в процессе движения в периодическом поле происходит значительное отклонение электронов в радиальном направлении.

Минимальная волнистость траектории будет обеспечена, если, как и в случае полых пучков, будет выполнено соотношение (46). На рис. 6 показана также траектория крайнего электрона при оптимальном напря-

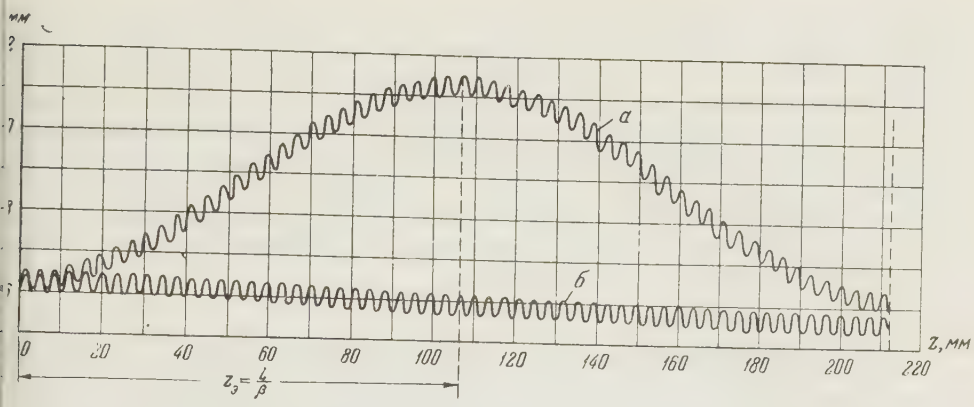


Рис. 6. Траектория крайнего электрона $r = f(z)$ в бифилярной спирали: *а* — при неоптимальном напряжении между лентами спирали, $2V_f = 170$ *в*; *б* — при оптимальном напряжении между лентами спирали, $2V_f = 202$ *в*

жении между лентами спирали $2V_f = 202$ *в*, вычисленном из (46) (кривая *б*). Нетрудно видеть, что радиальное отклонение этой траектории мало.

Рассмотренный выше метод расчета траекторий справедлив не только для периферийных электронов, с входным радиусом $r_в = r_0$, но и для электронов, входящих в периодическое поле на произвольном расстоянии $r_в$ от оси. При этом в формулах полный ток I необходимо заменить током $I(r_в)$, протекающим внутри цилиндра радиуса $r_в$. Учитывая, что коэффициенты уравнения Матье $2q$ и $2p$ сильно

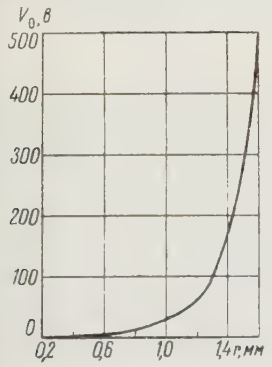


Рис. 7

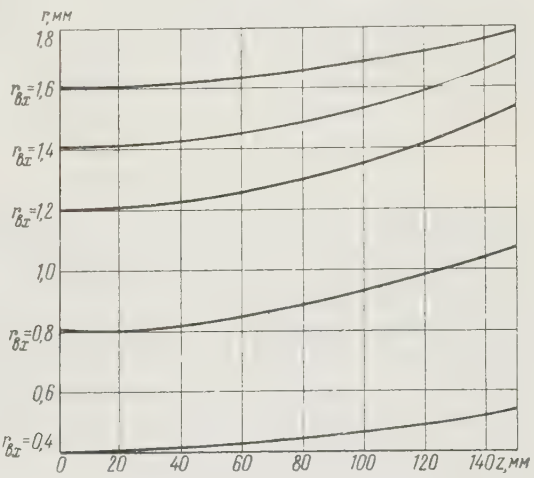


Рис. 8

Рис. 7. Зависимость ускоряющего потенциала от радиуса $V_0 = f(r)$ для специального электронного прожектора, обеспечивающего параллельность всех траекторий электронов в пучке оси лампы ($2V_f = 202$ *в*, $L = 3{,}6$ *мм*)

Рис. 8. Траектории электронов $r = f(z)$ в пучке при различных входных радиусах для случая $z_э \gg l_{сп}$

зависят от входного радиуса $r_в$, можно заключить, что движение электрона с входным радиусом $r_{в1}$ будет отличаться от движения периферийного электрона. Таким образом, оказывается возможным пересечение электронных траекторий, и электрон, выходящий из края катода, не будет оставаться все время крайним.

Из уравнения (45) можно определить зависимость $V_0 = f(r)$ для обеспечения малой волнистости траекторий электронов в пучке. Эта зависимость построена на рис. 7. Разработка электронного прожектора, создающего распределение ускоряющего потенциала по радиусу в соответствии с рис. 7, является сложной задачей. Поэтому более целесообразно применение полых пучков, имеющих малую толщину в радиальном направлении.

Можно предложить еще один метод для уменьшения радиального отклонения. Как видно из рис. 6, экстремальное значение радиальной координаты электрона имеет место при

$$z_э = \frac{L}{\beta} = \frac{L}{\left[a + \frac{q^2}{2}\right]^{1/2}} = \frac{\pi}{\left\{\frac{\eta B_в^2}{8V_0} + \frac{1}{2}\left[\frac{V''(r_в)}{4V_0} - \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \frac{V(r_в)}{2V_0}\right]^2\right\}^{1/2}}. \qquad (50)$$

Максимальное радиальное отклонение электрона в спирали лампы, очевидно, можно уменьшить, если $z_э$ будет значительно больше длины спирали: $z_э \gg l_{сп}$. Как видно из формулы (50), увеличения $z_э$ можно добиться, применив большее ускоряющее напряжение V_0.

На рис. 8 приведены траектории электронов для различных входных радиусов, полученные в результате расчета по уравнениям (44), (14) и (9) для пучка в бифилярной спирали с теми же данными, что и в рассмотренном выше примере, с той только разницей, что ускоряющее напряжение вместо 500 *в* принято равным $V_0 = 3000$ *в*. Напряжение на лентах спирали взято несколько меньшим оптимального (320 *в*) и равнялось $2V_f = 260$ *в*. Рис. 8 показывает, что радиальное отклонение электронов в пучке невелико и траектории электронов приблизительно параллельны друг другу. Таким образом, можно обеспечить надлежащую фокусировку сплошного пучка периодическим электростатическим полем и при помощи обычного электронного прожектора, создающего односкоростной поток электронов. Этот результат является новым, так как до сих пор, в соответствии с работой [7], считалось, что подобная фокусировка невозможна.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной работе произведен теоретический анализ фокусировки сплошного и полого электронных пучков периодическими электростатическими полями. Рассмотрение фокусировки полого пучка электронов дало следующие результаты.

1. Разработана методика расчета траекторий электронов в биперио-дическом фокусирующем устройстве, позволяющая определить конфигурацию пучка в этом устройстве. Благодаря этому оказывается возможным судить о вероятности попадания электронов на бифилярные спирали лампы. Показано, что пучок электронов в фокусирующем устройстве является приблизительно ламинарным.

2. Выведено условие оптимальной фокусировки, при выполнении которого граничные траектории пучка остаются приблизительно параллельными оси лампы. Показано, что оптимальные напряжения для наружной и внутренней граничных траекторий пучка практически одинаковы и поэтому нет необходимости применять внутреннюю и наружную бифилярные спирали с различным шагом и подавать на них различные фокусирующие напряжения.

3. Установлено, что периодическое электростатическое поле определенной протяженности вдоль оси может являться трансформатором поперечного сечения полого пучка, позволяющим уменьшить, увеличить или сохранить постоянным сечение пучка на выходе из периодического поля по сравнению со входом. При этом на входе и выходе из трансформатора электроны движутся приблизительно параллельно оси лампы.

4. В результате рассмотрения фокусировки сплошного пучка в перио-ическом электростатическом поле дан метод расчета траекторий электро-ов в пучке. Выведено условие, обеспечивающее малую волнистость траек-рии на заданном радиусе. Установлен закон изменения ускоряющего отенциала по радиусу в специальном электронном прожекторе для созда-ия потока электронов, параллельного оси. Доказано, что периодическую лектростатическую фокусировку сплошного пучка можно осуществить с обычным электронным прожектором с односкоростным потоком элек-онов.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. K. N. Chang, Biperiodic electrostatic focusing for high-density electron beams, Proc. I. R. E., 1957, 45, 11, 1522.
2. А. Л. Игрицкий, Расчет периодических электростатических полей, создаваемых бифилярными спиралями в лампах бегущей волны, Радиотехника и электроника, 1961, 6, 4, 613.
3. K. K. N. Chang, Confined electron flow in periodic electrostatic fields of very short periods, Proc. I. R. E., 1957, 45, 1, 66.
4. Н. В. Мак-Лахлан, Теория и приложения функций Матье, перев. с англ. под ред. Н. Н. Денисюка, ИЛ, 1953.
5. А. Л. Игрицкий, Расчет траекторий электронов в периодическом фокусирующем устройстве ЛБВ, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 2, 255.
6. K. K. N. Chang, An electrostatically focused travelling-wave-tube amplifier, RCA Rev., 1958, 19, 1, 86.
7. P. K. Tien, Focusing of a long cylindrical electron stream by means of periodic electrostatic fields, J. Appl. Phys., 1954, 25, 10, 1281.

Поступила в редакцию
6 IV 1960

1961 № 6

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ ПРИ ИОННОЙ ФОКУСИРОВКЕ

Л. Э. Бахрах, Ю. Д. Жарков

Рассмотрен вопрос о ионной фокусировке сплошного цилиндрического, ленточного и цилиндрического полого электронных потоков упрощенным методом. Полученные результаты, совпадающие в известных случаях с данными более строгого анализа, дают возможность рассчитать необходимые геометрические параметры электронных пучков в режиме ионной фокусировки.

ВВЕДЕНИЕ

В современных электронных приборах все большее применение находят резко ограниченные электронные пучки высокой плотности тока и большой протяженности. Среди безмагнитных способов фокусировки электронных пучков определенный интерес представляет так называемая ионная фокусировка.

Известно, что пучок электронов, проходящий в газе при давлении $10^{-2} - 10^{-3}$ *мм* рт. ст., может фокусироваться за счет действия пространственного заряда положительных ионов. Качественное объяснение этого явления ионной фокусировки заключается в том, что электроны пучка ионизуют на своем пути газ. Возникающие при ионизации ионы накапливаются на пути пучка, образуя шнур положительного пространственного заряда, а вторичные электроны быстро уходят из пучка. Положительные ионы при этом могут не только нейтрализовать отрицательный пространственный заряд электронов, но и создать заметную фокусирующую силу, позволяющую получать устойчивые к внешним возмущениям электронные пучки большой протяженности.

Равновесное состояние будет определяться равенством числа ионов, образующихся в единицу времени, с одной стороны, и потерей ионов за счет ухода их из пучка под действием поля пространственного заряда, с другой. Это условие выражается обычно так называемым уравнением баланса.

Наиболее строго количественное рассмотрение ионной фокусировки цилиндрического электронного пучка проведено в работе Давыдова и Брагинского [1]. В ней, в частности, указано, что в случае ионной фокусировки весьма существенную роль играют тепловые скорости электронов, так как поперечные составляющие их оказываются одного порядка с фокусирующей разностью потенциалов между осью и краем потока. При этом принимается закон адиабатического расширения, согласно которому температура электронного газа меняется при изменении диаметра электронного пучка. Ионная фокусировка электронных потоков прямоугольного и кольцевого поперечных сечений с такой точки зрения не исследовалась.

В настоящей работе сделана попытка провести на основе упрощенного метода рассмотрение ионной фокусировки электронных пучков цилиндрического, прямоугольного и кольцевого поперечных сечений.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Обычно вопрос о пульсациях границ сфокусированного электронного потока решается на основании рассмотрения уравнения движения граничного электрона пучка. Для ионно-сфокусированного цилиндрического

тока радиуса r, движущегося вдоль оси z, уравнение радиального движения электрона эффективной границы можно представить в виде

$$m\frac{d^2r}{dt^2} = f_+ + f_- + p_1,$$

де f_+ — фокусирующая сила положительных ионов; f_- — дефокусирующая сила электронного пространственного заряда; p_1 — сила, обусловленная поперечными тепловыми скоростями электронов; m — масса электрона.

Будем предполагать, что плотность пространственного заряда постоянна по поперечному сечению пучка и что длина волны аксиального изменения поверхности пучка велика по сравнению с его диаметром. На основании этих предположений можно определить f_+ и f_-, используя теорему Гаусса.

Если далее считать, что для давления электронного газа имеет место соотношение $p = RT/V$, где T — абсолютная температура; V — грамм-молекулярный объем; R — универсальная газовая постоянная, то сила, действующая на поверхность S пучка, ограничивающую объем V, будет равна

$$F = \frac{RT}{V}S.$$

Относя эту силу к одному электрону рассматриваемого объема, получим

$$p_1 = \frac{RT}{NV}S = \frac{2kT}{r},$$

где k — постоянная Больцмана.

Примем в качестве уравнения состояния электронного газа уравнение адиабаты $TV^{\varkappa-1} = \text{const}$. Тогда, полагая, что расширение потока против сил поля происходит только в поперечном направлении, это уравнение можно привести к виду

$$\frac{kT}{en} = \text{const},$$

где e — заряд электрона; n — концентрация электронов. Отсюда следует, что

$$\varphi_T r^2 = \varphi_{T\text{к}} r_\text{к}^2 = \text{const},$$

где $\varphi_\text{т} = kT/e$; $\varphi_{T\text{к}} = kT_\text{к}/e$; $T_\text{к}$ — температура катода; $r_\text{к}$ — радиус, характеризующий положение электрона на катоде.

Принимая во внимание полученные соотношения и полагая аксиальную скорость электронов v постоянной, уравнение движения граничного электрона преобразуем к виду

$$\frac{d^2r}{dz^2} = -\frac{\pi\rho_+ r}{U} + \frac{I}{rvU} + \frac{\varphi_{T\text{к}} r_\text{к}^2}{Ur^3}, \qquad (1)$$

где ρ_+ — средняя плотность ионов в рассматриваемом поперечном сечении пучка; I — сила тока пучка; U — ускоряющее напряжение.

Уравнение (1) полностью совпадает с дифференциальным уравнением для эффективного радиуса потока при ионной фокусировке, полученным более строгим методом [1] на основе совместного решения уравнения Пуассона, уравнения непрерывности, уравнения состояния и кинетического уравнения.

Аналогично можно записать дифференциальное уравнение для граничного электрона ленточного электронного потока ширины $2y$:

$$\frac{d^2y}{dz^2} = -\frac{2\pi\rho_+ y}{U} + \pi\frac{I}{vU} + \frac{\varphi_{T\text{к}} y_\text{к}}{2Uy^2}, \qquad (2)$$

где $y_\text{к}$ — полуширина катода.

Следует отметить, что уравнение (2) также полностью совпадает с дифференциальным уравнением для эффективной ширины ленточного пучка, которое может быть получено на основе метода Давыдова и Брагинского.

Указанный выше метод можно распространить и на случай полной фокусировки полых цилиндрических пучков. Уравнение движения электронов внешней границы пучка в этом случае будет

$$\frac{d^2r}{dz^2} = -\pi\rho_+ \frac{r^2 - r_a^2}{Ur} + \frac{I}{Uvr} + \frac{\varphi_{Tk}(r_k^2 - r_a^2)}{U(r - r_a)(r^2 - r_a^2)}, \qquad (3)$$

где r_a — радиус внутренней границы пучка.

Решение уравнений (1), (2) и (3) совместно с уравнениями баланса, характеризующими равновесное состояние потока, позволяет исследовать вопрос о пульсациях границ электронных пучков в рассматриваемых случаях.

Для цилиндрического и ленточного электронных пучков уравнение баланса, соответственно, будет [1,2]

$$\rho_+ = \frac{\sqrt{\frac{m_+}{2e}}\, sPv\rho_-}{\sqrt{\pi(\rho_+ - \rho_-)}},$$

$$\rho_+ = \frac{\sqrt{\pi}\sqrt{\frac{m_+}{2e}}\, sPv\rho_-}{2\sqrt{2}\sqrt{\pi(\rho_+ - \rho_-)}},$$

где ρ_- — плотность электронов; ρ_+ — плотность ионов; s — удельная ионизация; P — давление газа; m_+ — масса иона.

Для полого цилиндрического потока условие стационарности приближенно можно представить в виде

$$\pi(r^2 - r_a^2)\, sP\rho_- v = \rho_+ \bar{v}_+ 2\pi r,$$

где $\bar{v}_+$ — средняя радиальная скорость выхода ионов из пучка, определяемая выражением

$$\bar{v}_+ = \frac{1}{2}\sqrt{2\frac{e}{m_+}(\varphi_a - \varphi_b)} =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{2\frac{e}{m_+}\left[\pi(\rho_+ - \rho_-)(r^2 - r_a^2) + 2\pi(\rho_+ - \rho_-) r_a^2 \ln\frac{r_a}{r}\right]},$$

где φ_a и φ_b — значения потенциала на внутренней и внешней границах пучка. Отсюда получим уравнение баланса в случае полого цилиндрического потока

$$\rho_+ = \sqrt{\frac{m_+}{2e}}\, \frac{sPv\rho_-}{\sqrt{\pi(\rho_+ - \rho_-)}}\, \frac{r^2 - r_a^2}{\sqrt{r^2 - r_a^2 + 2r_a^2 \ln\frac{r_a}{r}}}.$$

2. ПУЛЬСАЦИЯ ГРАНИЦ ПУЧКА

Будем искать решение уравнений движения в форме

$$r = r_m(1 + \delta),$$
$$y = y_m(1 + \delta),$$
$$r - r_a = (r_m - r_a)(1 + \delta),$$

где r_m и y_m — равновесные значения радиуса и полутолщины пучка,

пределяемые из условий

$$\frac{d^2r}{dz^2} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{d^2y}{dz^2} = 0,$$

$\delta \ll 1$ — величина, характеризующая волнистость границ пучка.

При сделанных предположениях все дифференциальные уравнения водятся к линейным вида

$$\frac{d^2\delta}{dz^2} + \omega^2\delta = 0, \tag{4}$$

де величина $\omega(P, U, T, s, I)$ определяет длину волны пульсаций λ границ пучка, которая выражается для частных случаев $(\rho_+ - \rho_-)/\rho_- \gg 1$ и $(\rho_+ - \rho_-)/\rho_- \ll 1$ следующими соотношениями (см. таблицу).

$\frac{\rho_+ - \rho_-}{\rho_-} \gg 1$	$\frac{\rho_+ - \rho_-}{\rho_-} \ll 1$	Примечание
$\lambda = \sqrt{\frac{3}{2}}\,\pi\left(\frac{\sqrt{\frac{2e}{m_+}}\,U\varphi_{T\text{к}}^{1/2}\,r_\text{к}}{IsP}\right)^{1/2}$	$\lambda = \frac{\pi}{sP}\sqrt{\frac{m}{m_+}}$	цилиндрический пучок
$\lambda = \frac{2^{3/2}\,\pi^{1/7}\left(\frac{2e}{m_+}\right)^{3/14} U^{1/2}\varphi_{T\text{к}}^{1/7}\,y_\text{к}^{1/7}}{\left(\frac{7}{3}\right)^{1/2} I^{3/7}\,s^{3/7}\,P^{3/7}}$	$\lambda = \frac{4}{\sqrt{3}}\,\frac{1}{sp}\sqrt{\frac{m}{m_+}}$	ленточный пучок
$\lambda \simeq \frac{2\pi\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\,\frac{U^{1/2}r_\text{a}}{\varphi_{T\text{к}}^{1/2}}\left(\frac{r_m}{r_\text{a}} - 1\right)$	$\lambda \simeq \frac{2\pi}{sP}\sqrt{\frac{m}{m_+}}\,\Phi^{-1/2}\left(\frac{r_m}{r_\text{a}}\right)$	полый цилиндрический пучок $(r_\text{к} = r_m)$

Примечание: $\Phi = \frac{(x^2-1)^3}{x^3(x^2-1-2\ln x)}\left[\frac{3(x^2+1)}{x(x^2-1)} + \frac{1}{x+1}\right]$, $x = \frac{r_m}{r_\text{a}}$.

Решение уравнения (4) будет

$$\delta = \delta(0)\cos\omega z + \left(\frac{d\delta}{dz}\right)_0 \sin\omega z, \tag{5}$$

где $\delta(0)$ и $(d\delta/dz)_0$ соответствуют начальным условиям при $z = 0$.

Следует отметить, что проведенное рассмотрение ионной фокусировки выполнено без учета магнитных сил движущегося электронного потока, так как нетрудно показать, что для диапазона нерелятивистских скоростей $(c/v > 10)$ фокусирующая сила, обусловленная избыточной плотностью ионного пространственного заряда, в случае реальных пучков по крайней мере на порядок превышает силу электромагнитного притяжения электронов.

Исследование соотношения (5) позволяет выяснить зависимость геометрических параметров ионно-сфокусированных пучков (равновесный радиус, длина волны пульсаций и др.) от величин, определяющих режим ионной фокусировки (давление газа, скорость электронов, ток луча и т. д.). Общий характер получаемых зависимостей оказывается при этом одинаковым для электронных пучков различной конфигурации.

На рис. 1 представлена кривая изменения равновесной ширины ионно-сфокусированного ленточного пучка электронов в функции давления. Уменьшение равновесной ширины с увеличением давления связано с ростом фокусирующей силы положительных ионов, обусловленным ростом

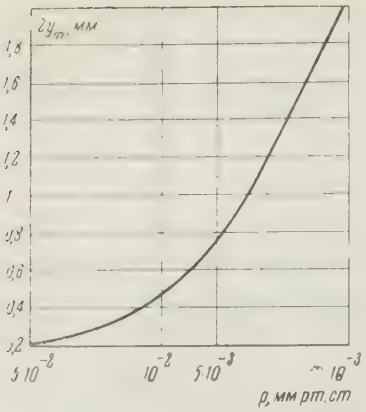


Рис. 1

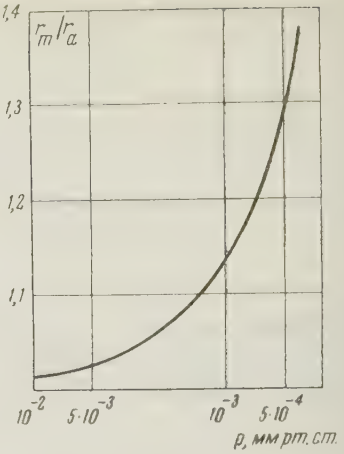


Рис. 2

Рис. 1. Кривая изменения равновесной ширины ионно-сфокусированного ленточного пучка электронов в зависимости от давления ($I = 30$ *ма*, $U = 500$ *в*, $2y_к = 1{,}2$ *мм*)

Рис. 2. Кривая изменения равновесного радиуса ионно-сфокусированного полого цилиндрического пучка электронов в зависимости от давления ($I = 170$ *ма*, $U = 300$ *в*, $r_m = r_к$)

ионизации. На рис. 2 дана аналогичная кривая для полого цилиндрического электронного пучка.

На рис. 3 изображена зависимость равновесной ширины ленточного потока от ускоряющего напряжения. Увеличение равновесной ширины пучка с ростом ускоряющего напряжения вызывается главным образом тем, что вероятность ионизации уменьшается, падают фокусирующие силы и пучок расширяется. Подобная кривая для полого цилиндрического потока дана на рис. 4.

Рис. 5 иллюстрирует зависимость длины волны пульсаций от давления для ци-

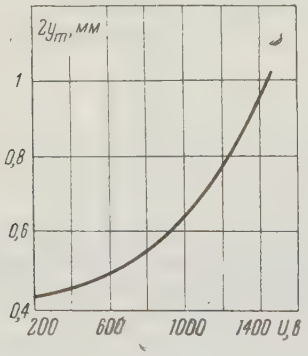


Рис. 3

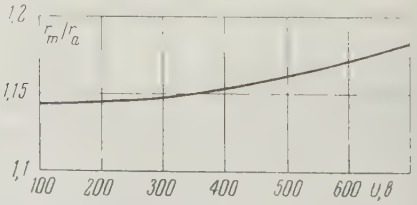


Рис. 4

Рис. 3. Зависимость равновесной ширины ленточного потока электронов от ускоряющего напряжения ($I = 40$ *ма*, $p = 10^{-2}$ *мм* рт. ст., $2y_к = 1$ *мм*)

Рис. 4. Зависимость равновесного радиуса полого цилиндрического потока электронов от ускоряющего напряжения ($I = 170$ *ма*, $p = 10^{-3}$ *мм* рт. ст., $r_m = r_к$)

линдрического электронного пучка. Из этого рисунка видно уменьшение длины волны с ростом давления газа, что обусловлено увеличением фокусирующей силы в пучке.

Рис. 6. показывает характер изменения длины волны пульсаций внешней границы полого цилиндрического пучка с напряжением.

На рис. 7 и 8 приведены зависимости амплитуды пульсаций $\delta_{макс}$ от давления и ускоряющего напряжения в случае ионной фокусировки ленточного потока. При этом предполагается, что пучок встреливается па-

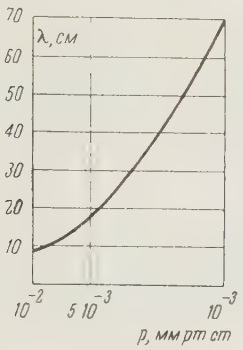


Рис. 5

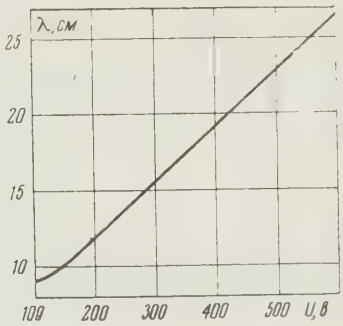


Рис. 6

Рис. 5. Зависимость длины волны пульсаций от давления для цилиндрического пучка электронов ($U = 800$ *в*, $r_m = r_к$)

Рис. 6. Характер изменения длины волны пульсаций внешней границы полого пучка электронов в зависимости от напряжения ($I = 170$ *ма*, $q = 10^{-3}$ *мм* рт. ст., $r_m = r_к$)

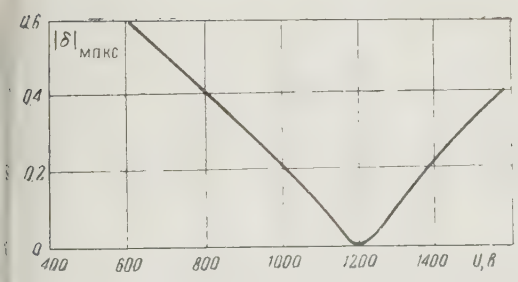


Рис. 7

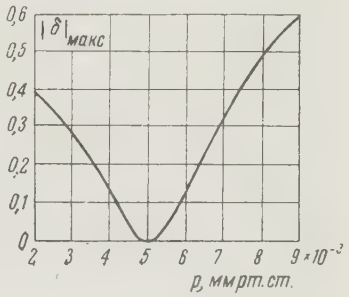


Рис. 8

Рис. 7. Зависимость амплитуды пульсаций от ускоряющего напряжения при ионной фокусировке ленточного потока электронов ($I = 40$ *ма*, $p = 10^{-2}$ *мм* рт. ст., $\gamma = 0$, $y_к = 0{,}4$ *мм*)

Рис. 8. Зависимость амплитуды пульсаций от давления при ионной фокусировке ленточного потока электронов ($I = 40$ *ма*, $U = 500$ *в*, $\gamma = 0$, $y_к = 0{,}4$ *мм*)

параллельно оси ($\gamma = 0$). Из рис. 7 и 8 следует наличие оптимальных давления и напряжения, при которых пульсации минимальны. Эти оптимальные значения давления и напряжения соответствуют случаю равенства равновесной ширины пучка ширине катода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. И. Давыдов, С. И. Брагинский, К теории газовой концентрации электронных пучков, Сб., посвященный 70-летию акад. А. Ф. Иоффе, Изд. АН СССР, 1950, 72—91.
2. М. М. Бредов, Автоматическая компенсация объемного заряда в электронных пучках, Сб., посвященный 70-летию акад. А. Ф. Иоффе, Изд. АН СССР, 1950, 155—172.

Поступила в редакцию
18 VI 1960

1961 №

К ВОПРОСУ ОБ ИЗМЕНЕНИИ ОТНОШЕНИЯ СИГНАЛ/ШУМ ТЕЛЕВИЗИОННОЙ СИСТЕМЫ, ВНОСИМОМ ПЕРЕДАЮЩИМИ ТРУБКАМИ

С. Б. Гуревич

В общем виде оценено уменьшение отношения сигнал/шум от входа к выходу передающей телевизионной трубки. Учтены возможности повышения чувствительности, вытекающие из сочленения передающей телевизионной трубки с электронно-оптическим усилителем.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из важнейших направлений дальнейшего развития телевидения является повышение чувствительности передающих телевизионных устройств. Вполне реальной представляется проблема достижения чувствительности, близкой к предельной и определяемой практически только флуктуациями квантов излучения.

Для решения подобной задачи необходимо понимание особенностей преобразования сигнала и шумов в процессе прохождения их от входа передающей телевизионной трубки до ее выхода. Ниже в общем виде рассмотрены изменения отношения сигнал/шум, происходящие в различных звеньях передающих телевизионных трубок, и учтена возможность применения электронно-оптического усилителя в качестве одного из звеньев трубки, позволяющего значительно приблизиться к предельной чувствительности.

1. ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ И ОТНОШЕНИЕ СИГНАЛ/ШУМ ТЕЛЕВИЗИОННОЙ СИСТЕМЫ

Под чувствительностью телевизионной системы до последнего времени понималась величина, обратная освещенности на объекте, при которой обеспечивалось некоторое заданное качество изображения на приемной стороне системы. Это определение фактически привязано к одному стандарту разложения (принятому в вещательном телевидении) и его нельзя распространить на различные системы телевидения без введения дополнительных условий.

Более общим является определение чувствительности передающих устройств как величины, обратной минимальной энергии излучения, исходящего от поверхности объекта, при которой телевизионное устройство обеспечивает передачу заданного количества информации об объекте, определяемого числом η различимых градаций (порогов) энергии, числом ν раздельно различимых элементов объекта и числом $\varkappa$ состояний объекта.

В соответствии с таким определением можно получить [1] следующее выражение для чувствительности G телевизионных устройств:

$$G = g \frac{1}{\frac{\eta}{2}(\eta + 1)\nu\varkappa}, \qquad (1$$

где

$$g = \frac{\xi_c^2}{\gamma \varepsilon_{0\,б}}$$

-удельная чувствительность, представляющая собой величину, обратную энергии, которую должен был бы излучить один элемент объекта для того, чтобы в реальной системе различить один порог лучистой энергии; $\varepsilon_{об}$ — энергия, которая потребовалась бы для того же в идеальной системе; γ — коэффициент, характеризующий потерю лучистой энергии при оптической проекции изображения объекта на фоточувствительный слой. Величина ξ_c характеризует изменение отношения сигнал/шум от входа к выходу:

$$\xi_c = \frac{\psi_{вых\,c}}{\psi_{вх}},$$

где $\psi_{вх}$ — отношение сигнал/шум на входе устройства (на фоточувствительной поверхности передающей трубки); $\psi_{вых\,c}$ — то же на выходе системы.

Применительно и передающим трубкам выразим g в виде

$$g = \frac{\xi^2}{\varepsilon_0}. \qquad (2)$$

Здесь $\varepsilon_0 = \gamma\varepsilon_{об}$ — энергия излучения, падающая на один элемент изображения на фоточувствительном слое; $\xi = \psi_{вых}/\psi_{вх}$, где $\psi_{вых}$ — отношение сигнал/шум уже не на выходе системы, а на выходе передающей трубки.

Из формул (1) и (2) видно, что изменение отношения сигнал/шум, вносимое передающими трубками и характеризуемое коэффициентом ξ, непосредственно связано с чувствительностью системы и передающей трубки.

Определение отношений сигнал/шум в передающей трубке, в которой производится серия преобразований, требует раздельного подсчета изменения величин сигналов и эффективных значений шумов. Так как при преобразованиях энергии излучения в электрическую и обратно, которые могут происходить многократно, информация имеет различных носителей, то при указанных расчетах возникает необходимость уточнить понятия о сигнале и шуме. В большинстве работ, посвященных шумам в телевизионных и иных системах связи, под сигналом* (обозначим его через S) понимался изменяющийся во времени ток или соответствующее напряжение: $S = i(t)$ или $S = U(t)$. Очевидно, что такую же размерность имели и флуктуации этих величин. Такое представление о сигнале вытекало, в частности, из того, что в приведенной Шенноном [2] схеме общей системы связи источник шумов содержится только в устройствах, передающих сигнал уже после преобразования сообщения в электрический сигнал. Очевидно, что в этом случае для оценки отношения сигнал/шум достаточно использовать в качестве сигнала некоторую электрическую величину (например, ток или напряжение).

В отличие от схемы Шеннона, в более общем случае следует рассматривать схему, согласно которой шумы вносятся вместе с сигналом самим источником сообщения до преобразования в электрические величины. Более того, возможны и целесообразны [4, 5, 6] неоднократные преобразования излучения в поток электронов и обратно, во время которых будет изменяться как сигнал, так и шумы. Необходимо, следовательно, установить такое понятие о сигнале, которое не зависит от физических свойств носителя информации и позволяет сохранить пропорциональность сигнала энергии излучения, необходимой для передачи одной единицы информации от объекта (одной отличной от нуля градации энергии в переданном

---

* А. А. Харкевич [3] определяет сигнал как объект транспортировки информации, изменяющейся во времени.

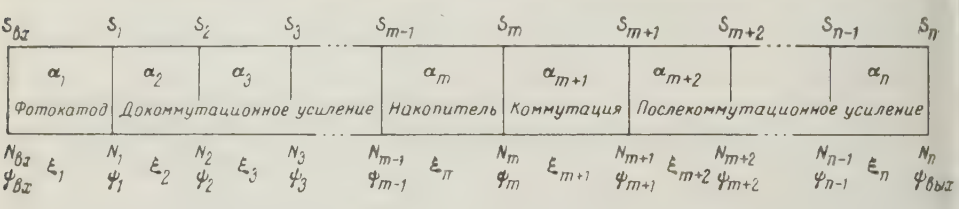
однократно одном элементе). Таким понятием является количество частиц μ, переносящих информацию, пропорциональное в случае неискаженной информации числу квантов, необходимому для передачи заданного числа градаций, элементов и состояний объекта. Обозначив величину сигнала через S, можно написать, что $S = \mu$. В этом случае квадрат эффективного значения шума N^2 можно представить как среднее квадратичное отклонение числа частиц: $N^2 = \overline{\Delta\mu^2}$, которое в случае действия дробового эффекта и действительности распределения Пуассона или Гаусса оказывается равным μ, так что

$$N^2 = \overline{\Delta\mu^2} = \bar{\mu} = \bar{S}.$$

Оценим теперь величины ξ передающих телевизионных трубок.

2. ОТНОШЕНИЕ СИГНАЛ/ШУМ В ПЕРЕДАЮЩИХ ТЕЛЕВИЗИОННЫХ ТРУБКАХ

Для удобства рассмотрения разобьем передающее устройство на ряд каскадов (рисунок), в каждом из которых изменяется отношение сигнал/шум. Это изменение происходит за счет изменения величин сигналов и



шумов. Сигналы будут меняться в соответствии с усилительными свойствами каскадов, каждому из которых приписывается свой коэффициент усиления. Изменения шумов могут носить двоякий характер.

В случае, если каскад представляет собой преобразователь энергии, независимо от того, усиливает ли он, ослабляет или оставляет неизменной величину сигнала, квадрат эффективного значения шумов в этом каскаде количественно равен сумме квадратов значения шума от предыдущего каскада, домноженного на коэффициент усиления α, и значения шума, образованного в данном каскаде. Величина равна корню квадратному из величины сигнала на выходе этого каскада.

В некоторых каскадах дополнительно могут появиться шумы от посторонних источников, не связанных с величиной сигнала, например от коммутирующего пучка.

В устройство шумы вводятся вместе с излучением от объекта. Эти шумы ослабляются при преобразовании излучения в фототоки (с квантовым выходом менее единицы) и далее иногда усиливаются до попадания на накопитель (докоммутационное усиление). На накопителе происходит собирание заряда, которое может быть полным или неполным, и соответственно шумы вместе с сигналом сохраняются или (в зависимости от эффективности накопления) уменьшаются.

При коммутации весь накопленный заряд или часть его проходит далее как полезный сигнал. Соответственно, как сигнал, так и шумы остаются постоянными или ослабляются. Одновременно с коммутацией или вслед за ней может иметь место вторично-эмиссионное послекоммутационное усиление, которое увеличивает как сигнал так и шумы. Наконец, по выходе из передающей трубки сигнал и шумы вместе то усиливаются, то ослабляются в различных каскадах усилителей.

Такого же рода изменения в каждом случае, начиная со своего каскада, претерпевают и шумы, возникшие в последующих каскадах устройства.

Будем считать, что телевизионная передающая трубка имеет n усилительных каскадов с коэффициентами усиления $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_i, \ldots, \alpha_n$, часть которых больше единицы, а другая часть—меньше единицы.

Обозначим коэффициентами $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \ldots, \xi_i, \ldots, \xi_n$ изменение отношения сигнал/шум в соответствующих каскадах, т. е.

$$\xi_i = \frac{\psi_i}{\psi_{i-1}}. \tag{3}$$

Нетрудно показать, что эти коэффициенты всегда меньше единицы, т. е. что последовательность чисел $\psi_{вх}, \psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_i, \ldots, \psi_n$, составленная из отношений сигнал/шум на выходе каждого последующего каскада, удовлетворяют следующему условию:

$$\psi_{вх} > \psi_1 > \psi_2 > \cdots > \psi_i > \cdots > \psi_n \tag{4}$$

($\psi_{вх} = S_{вх}/N_{вх}$ — входное отношение сигнал/шум, обеспеченное заданной лучистой энергией).

Рассмотрим изменения отношения сигнал/шум, происходящие в тех преобразовательных каскадах передающей трубки, где шумы зависят только от величины сигнала *. Будем считать, что таких каскадов m.

На выходе первого каскада квадрат шумов N_1^2 количественно будет характеризоваться суммой квадрата усиленного шума входа $N_{вх}^2\alpha_1^2$ и значения шума, возникшего в первом каскаде и равного сигналу на выходе этого каскада, т. е. $S_1 = S_{вх}\alpha_1$, следовательно,

$$N_1^2 = N_{вх}^2\alpha_1^2 + S_{вх}\alpha_1 = \alpha_1(\alpha_1 + 1)\,S_{вх}, \tag{5}$$

так как $N_{вх}^2 = \overline{S}_{вх}$.

На выходе второго каскада

$$N_2^2 = N_1^2\alpha_2^2 + S_2 = \alpha_2^2(\alpha_1^2 + \alpha_1)\,S_{вх} + \alpha_1\alpha_2 S_{вх} = \alpha_1\alpha_2\,[\alpha_2(\alpha_1 + 1) + 1]\,S_{вх}.$$

На выходе третьего каскада

$$N_3^2 = N_2^2\alpha_3^2 + S_3 = \alpha_3^2\alpha_1\alpha_2\,[\alpha_2(\alpha_1 + 1) + 1]\,S_{вх} + \alpha_1\alpha_2\alpha_3 S_{вх} =$$
$$= \alpha_1\alpha_2\alpha_3\,\{\alpha_3\,[\alpha_2(\alpha_1 + 1) + 1] + 1\}\,S_{вх} = \alpha_1\alpha_2\alpha_3\,(\alpha_1\alpha_2\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 + \alpha_3 + 1)\,S_{вх}$$

и, наконец, на выходе m-го каскада

$$N_m^2 = N_{m-1}^2\alpha_m^2 + S_m = \alpha_1\alpha_2\alpha_3 \ldots \alpha_m\,(\alpha_1\alpha_2\alpha_3 \ldots \alpha_m + \alpha_2\alpha_3 \ldots \alpha_m + \cdots$$
$$\cdots + \alpha_m + 1)\,S_{вх}.$$

Обозначим $\alpha_1\alpha_2\alpha_3 \ldots \alpha_i = M_i$, тогда

$$\alpha_1\alpha_2\alpha_3 \ldots \alpha_m + \alpha_2\alpha_3 \ldots \alpha_m + \alpha_3 \ldots \alpha_m + \cdots + \alpha_m + 1 = \frac{M_m}{1} + \frac{M_m}{M_1} + \frac{M_m}{M_2} +$$
$$+ \frac{M_m}{M_3} + \cdots + \frac{M_m}{M_{m-1}} + \frac{M_m}{M_m} = M_m\left(1 + \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} + \cdots + \frac{1}{M_{m-1}} + \frac{1}{M_m}\right) =$$
$$= M_m\left(\sum_{j=1}^{m}\frac{1}{M_j} + 1\right).$$

В этом случае

$$N_i^2 = M_i^2\left(\sum_{j=1}^{i}\frac{1}{M_j} + 1\right)S_{вх}. \tag{6}$$

---

* В реальных каскадах, в которых осуществляется преобразование лучистой энергии в фототоки, строго говоря, будут иметь место и шумы, не зависящие от сигналов (флуктуации электронов темновых токов). Во многих случаях, однако, оказывается, что такими шумами можно пренебречь [7].

Величина отношения сигнал/шум i-го каскада

$$\psi_i = \frac{S_i}{N_i} = \frac{M_i S_{\text{вх}}}{M_i \sqrt{\left(\sum_{j=1}^{i} \frac{1}{M_j} + 1\right) S_{\text{вх}}}} = \sqrt{\frac{S_{\text{вх}}}{\sum_{j=1}^{i} \frac{1}{M_j} + 1}}. \tag{7}$$

Коэффициент, характеризующий изменение отношения сигнал/шум в i-м каскаде,

$$\xi_i = \frac{\psi_i}{\psi_{i-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{M_j} + 1}{\sum_{j=1}^{i} \frac{1}{M_j} + 1}} = \sqrt{\frac{M_i\left(\sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{M_j} + 1\right)}{M_i\left(\sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{M_j} + 1\right) + 1}}, \tag{8}$$

так как

$$\sum_{j=1}^{i} \frac{1}{M_j} = \sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{M_j} + \frac{1}{M_i}.$$

Очевидно, что ξ_i может изменяться в пределах

$$0 \leqslant \xi_i < 1$$

и справедливо неравенство

$$\psi_{\text{вх}} > \psi_1 > \psi_2 > \cdots > \psi_i > \cdots > \psi_m.$$

Из выражения (8) видно, что величина отношения сигнал/шум в рассматриваемом каскаде практически сохранится неизменной ($\xi = 1$), если

$$M_i\left(\sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{M_j} + 1\right) = \alpha_1\alpha_2\alpha_3 \ldots \alpha_i + \alpha_2\alpha_3 \ldots \alpha_i + \cdots + \alpha_i \gg 1. \tag{9}$$

Это может иметь место в том случае, когда, например, коэффициент усиления i-го каскада $\alpha_i \gg 1$ (независимо от величин остальных коэффициентов), или же в случае, когда α_i невелико, а другие слагаемые существенно больше единицы. Для того же чтобы отношение сигнал/шум мало изменялось на протяжении всех m каскадов, произведение множителей $\xi_1\xi_2\xi_3 \ldots \xi_m = \psi_m/\psi_{\text{вх}}$ должно мало отличаться от единицы, т. е.

$$\frac{\psi_m}{\psi_{\text{вх}}} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{j=1}^{m} \frac{1}{M_j} + 1}} = 1 - \frac{\delta}{2},$$

где δ — малая величина, удовлетворяющая условию $\delta \ll 1$, и, следовательно,

$$\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_1\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_1\alpha_2\alpha_3} + \cdots + \frac{1}{\alpha_1\alpha_2\alpha_3 \ldots \alpha_m} < \delta. \tag{10}$$

Таким образом, для того чтобы отношение сигнал/шум от входа к выходу устройства мало изменялось, необходимо, чтобы каждое слагаемое в неравенстве (10) было достаточно мало, а значит, чтобы и любой из знаменателей был значительно больше единицы. Для этого требуется прежде всего, чтобы коэффициент усиления первого каскада удовлетворял условию $\alpha_1 \gg 1$. Если один из последующих множителей (например, α_2) мень-

ие единицы, то предыдущие множители (в данном случае α_1) должны быть настолько большими, чтобы их произведение на последующий множитель ($\alpha_1\alpha_2$) продолжало удовлетворять условию $\alpha_1\alpha_2 \gg 1$. В противном случае не выполнится неравенство (10), которое в рассмотренном примере для двух каскадов выразится в виде $\frac{1}{\alpha_1}+\frac{1}{\alpha_1\alpha_2}<\delta\ll 1$, в результате чего во втором каскаде отношение сигнал/шум существенно понизится и в дальнейшем останется почти таким же или еще уменьшится.

Таким образом, для приближения к идеальному по чувствительности устройству необходимо, чтобы прежде всего были достаточно высоки коэффициенты усиления в первых каскадах.

Полученные выше выражения характеризуют изменение отношения сигнал/шум в каскадах, в которых величина шумов практически целиком определяется входным сигналом и нет посторонних источников, вносящих шумы, величина которых прямо не зависит от величины входного сигнала. Как уже указывалось, такого рода шумы в передающих трубках могут вноситься при коммутации (при этом величина тока пучка не связана с изменениями величины входного сигнала).

Предположим, что коммутация пучком электронов осуществляется в $m+1$-м каскаде. На выходе этого каскада общее количество электронов представляет собой линейную комбинацию из количества электронов, составляющих полный сигнал и коммутирующий пучок. Количество электронов, соответствующих заданному элементу, определится, следовательно, величиной

$$S' = \alpha_{m+1}S_m + \beta S_{\text{п}} = \alpha_{m+1}M_m S_{\text{вх}} + \beta S_{\text{п}}, \tag{11}$$

где α_{m+1} и β — коэффициенты, зависящие от особенностей механизма коммутации и способа формирования выходного сигнала в различных типах передающих трубок. При этом один из коэффициентов может принимать отрицательное значение, как, например, в случае суперортикона, в котором дальнейшему усилению подвергается поток электронов, состоящий из разности тока пучка и тока сигнала.

Шумы в каскаде коммутации определятся теперь следующим образом:

$$N^2_{m+1} = \alpha^2_{m+1}N^2_m + \alpha_{m+1}S_m + \beta^2 N^2_n + \beta S_{\text{п}} = \alpha^2_{m+1}M^2_m\left(1+\sum_{j=1}^{m}\frac{1}{M_j}\right)S_{\text{вх}} +$$

$$+\alpha_{m+1}M_m S_{\text{вх}} + \beta^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)S_{\text{п}} = M^2_{m+1}\left(1+\sum_{j=1}^{m+1}\frac{1}{M_j}\right)S_{\text{вх}} + \beta\left(1+\frac{1}{\beta}\right)S_{\text{п}}.$$

В следующих каскадах с коэффициентами усиления $\alpha_{m+2}, \alpha_{m+3}, \ldots, \alpha_n$ изменения обеих составляющих шумов будут определяться одними и теми же множителями. Нетрудно показать, что квадрат эффективного значения шумов на выходе n-го каскада определится выражением

$$N^2_n = M^2_n\left(1+\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{M_j}\right)S_{\text{вх}} + \frac{M^2_n\beta^2}{M^2_m\alpha^2_{m+1}}\left(1+\frac{M_m\alpha_{m+1}}{\beta}\sum_{j=m+1}^{n}\frac{1}{M_j}\right)S_{\text{п}}. \tag{12}$$

Таким образом, для отношения сигнал/шум n-го каскада получаем величину

$$\psi_n = \sqrt{\frac{S_{\text{вх}}}{1+\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{M_j}+\frac{\beta^2 S_{\text{п}}}{M^2_m\alpha_{m+1}S_{\text{вх}}}\left(1+\frac{M_m\alpha_{m+1}}{\beta}\sum_{j=m+1}^{n}\frac{1}{M_j}\right)}}. \tag{13}$$

По аналогии с проведенными выше рассуждениями заметим, что изменение отношения сигнал/шум от входа к выходу передающей трубки будет мало, если

$$\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{M_j}+\frac{\beta^2 S_{\text{п}}}{M_m^2\alpha_{m+1}^2 S_{\text{вх}}}\left(1+\frac{M_m\alpha_{m+1}}{\beta}\sum_{j=m+1}^{n}\frac{1}{M_j}\right)<\delta, \tag{14}$$

где $\delta \ll 1$. Для того чтобы это условие выполнялось, наряду с приведенными в условии (10) требованиями к коэффициентам $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_n$ должны выполняться неравенства

$$\beta^2 S_{\text{п}} \ll M^2{}_m\alpha^2{}_{m+1} S_{\text{вх}} \text{ и } \beta S_{\text{п}} \ll M_m\alpha_{m+1} S_{\text{вх}}, \tag{14}$$

для чего докоммутационное усиление, определяемое произведением множителей $M_m = \alpha_1\alpha_2\alpha_3, \ldots, \alpha_m$, должно быть достаточно большим и удовлетворять условию

$$M_m \gg \frac{\beta S_{\text{п}}}{\alpha_{m+1} S_{\text{вх}}}. \tag{15}$$

Нетрудно видеть, что условие (4), характеризующее уменьшение отношения сигнал/шум от каскада к каскаду, остается в силе и в случае, когда действительно выражение (13).

В существующих реальных передающих устройствах «идеальные» условия, когда ψ последующего каскада мало отличается от ψ предыдущего каскада, для всех каскадов не выполняются. При использовании передающих трубок, таких, как супериконоскоп и видикон, значительные дополнительные шумы возникают в каскадах, следующих уже за выходом передающих трубок (на входе предварительного усилителя). Эти дополнительные шумы обычно настолько велики по сравнению с шумами самих передающих трубок, что отношение сигнал/шум фактически определяется отношением сигнала от передающей трубки, к шумам входа и первого каскада предварительного усилителя. В суперортиконе значительное падение отношения сигнал/шум происходит в том каскаде, где производится коммутация, так как не выполняется неравенство (15). Очевидно, что пути приближения к идеальным устройствам лежат в стремлении осуществить возможно большее усиление в первых каскадах (докоммутационное усиление, необходимость которого подчеркнул В. Л. Герус [4]) для трубок типа суперортикона и в стремлении осуществить докоммутационное усиление плюс послекоммутационное вторично-электронное усиление для трубок типа супериконоскопа и видикона.

Оценим, во сколько раз световой поток, подаваемый на фоточувствительную поверхность суперортикона типа ЛИ-17, больше светового потока, подаваемого на соответствующую светочувствительную поверхность идеального устройства, если требуется передать $\eta = 20$ градаций яркости, $\nu = 400\,000$ элементов при числе кадров $\varkappa = 25$. Из выражения (1) при $\xi = 1$ и с соответствующими пересчетными коэффициентами можно оценить минимальную величину светового потока, необходимую при указанных условиях для передачи изображения идеальной системой: она составляет $\sim 0{,}65 \cdot 10^{-6}$ *лм*.

Из литературы [8] известно, что минимальный световой поток, требуемый для передачи изображения в случае трубки ЛИ-17, равен $0{,}4 \cdot 10^{-3}$ *лм* и, следовательно, примерно в 600 раз больше соответствующего светового потока идеальной системы. Из (1) следует, что $\xi = \psi_{\text{вых}}/\psi_{\text{вх}} = \sqrt{600} \simeq 25$, т. е. отношение сигнал/шум от входа к выходу передающей трубки суперортикон типа ЛИ-17 уменьшается приблизительно в 25 раз. Это уменьшение отношения сигнал/шум относится к следующим узлам передающей трубки: а) фотокатоду, б) накопления, в) коммутации. В ос-

льных узлах отношение сигнал/шум уменьшается очень мало. В реаль-ях трубках типа ЛИ-17 коэффициент α_1, относящийся к фотокатоду, ра-н примерно $^1/_{20}$. Это как раз та часть потери чувствительности, которую настоящее время можно лишь немного уменьшить, повысив интеграль-ую чувствительность в 2—4 раза (доведя α_1 до $^1/_5$, например, в многоще-рочных фотокатодах).

С другой стороны, можно существенно поднять чувствительность, ведя коэффициенты α_2,α_3, и т. д., которые значительно больше единицы, е. введя докоммутационное усиление. Одним из способов введения до-ммутационного усиления является применение электронно-оптического силителя, который можно объединить с суперортиконом в одном балло-е [4, 5] или же применять отдельно [6]. В том и другом случаях общее силение должно быть значительно выше 30 (так как общее требуемое уве-ичение светового потока составляет 600, а коэффициент ослабления на отокатоде равен примерно $^1/_{20}$). Применение однокаскадного электронно-птического усилителя с коэффициентом усиления порядка 30—60 в одном аллоне с передающей трубкой приведет к тому, что шумы фотокатода ока-утся одного порядка с шумами коммутации и такое устройство по своей увствительности будет в $1^1/_2$ — 2 раза ниже устройства, в котором чувст-ительность ограничена только шумами фотокатода. Вполне удовлетвори-ельным также будет применение отдельного многокаскадного электронно-птического усилителя с использованием промежуточной оптики. Усиле-ие такого усилителя должно быть много выше 1000 (с учетом коэффициен-а, характеризующего потери в оптике).

Таким образом, имеются реальные возможности существенного при-лижения телевизионных устройств к идеальным.

3. НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Выше уже отмечалось, что накопление, осуществляемое в передающих рубках, можно представить одним из усилительных каскадов, коэффи-иент усиления которого меньше единицы. Принципиально возможность уществления накопления связана с тем, что в телевидении элемент изо-ражения повторяется с ограниченной скоростью, выражаемой числом адров в секунду. Коэффициент усиления, характеризующий каскад на-опления, равен единице в том случае, если все электроны, образованные промежуток времени между двумя моментами коммутации одного и того же элемента в результате одно- или многократного преобразования света фототоки, соберутся полностью на участке накопителя. При этом вто-ичную эмиссию, имеющую место на поверхности накопителя, мы относим отдельному каскаду докоммутационного усиления. Коэффициент усиле-ия накопительного каскада не должен быть больше единицы, так как противном случае имело бы место накопление заряда, образованного за ремя, превышающее время одного кадра, что привело бы к инерционно-ти передачи и, следовательно, к уменьшению количества передаваемой информации. Отсюда, между прочим, следует, что применение нескольких накопителей вместо одного, обеспечивающего эффективное накопление, близкое к единице, нерационально.

В последние годы в литературе появились соображения о необходи-ости отнести к числу накопителей, используемых в телевизионных пе-редающих трубках, и люминофоры электронно-оптических усилителей с длительным разгоранием и послесвечением [9, 10]. В этих работах отме-алось, что применение таких усилителей позволяет увеличить выходное отношение сигнал/шум по сравнению с входным. В действительности же увеличение отношения сигнал/шум может быть осуществлено не по отно-шению к предыдущим каскадам, а по отношению к другим условиям пе-редачи, в равной степени относящимся ко всем каскадным устройствам, включая входные и выходные. Такие условия передачи, при не-

обходимости увеличить отношение сигнал/шум, можно изменить только в одну сторону, а именно в сторону уменьшения числа передаваемых элементов или уменьшения числа повторений этих элементов. Очевидно, что при делении изображения на меньшее число элементов (на входе это деление производится условно с учетом стандарта разложения, которое осуществляется в дальнейшем и размеров коммутирующего пучка) или при уменьшении числа повторений передачи этих элементов, на один элемент придется бо́льшая доля энергии излучения, чем в том случае, когда передается большое число элементов с большим числом кадров в секунду. Таким образом, изменившимся условиям будет соответствовать и большой входной сигнал с большим отношением сигнал/шум. Условие же, согласно которому отношение сигнал/шум от входа к выходу может только уменьшаться, остается в силе. В обратных утверждениях обычно содержится неточность в определении, а иногда и ошибка в выводах. Попытка доказать, что отношение сигнал/шум при применении электронно-оптического усилителя с люминофором, обладающим инерционностью, можно увеличить от входа к выходу имеется в работе [9]. В ней оценивается величина средней квадратичной флуктуации токов, полученных после усиления на слое, состоящем из инерционного люминофора и безынерционного фотокатода. Выражение, характеризующее эту величину, представлено в виде

$$i_{ш}^2 = 2ei_1\left[m_1^2q_2^2\int\limits_0^\infty \varphi_0^2(t)\,\varphi_1^2(t)\,dt + (m_1q_2^2 + m_1q_2)\int\limits_0^\infty \varphi_0^2(t)\,dt\right], \qquad (16)$$

где i_1 — ток сигнала; q_2 — квантовый выход фототока; m_1 — количество квантов света, приходящееся на один электрон, поглощенный люминофором; $\varphi_0(t)$ — частотная характеристика приемника фототока, образованного после усиления; $\varphi_1(t)$ — частотная характеристика люминофора.

Неточность, допущенная при составлении уравнения (16), заключается в том, что частотная характеристика второй составляющей шумов принята независимой от частотной характеристики люминофора. Из вывода соотношений для флуктуаций числа электронов, составляющих сигнал, в условиях справедливости распределения Пуассона или Гаусса следует, что в действительности частотная характеристика обеих составляющих должна быть одинаковой. При этом во втором члене уравнения (16) вместо множителя $\int\limits_0^\infty \varphi_0^2(t)\,dt$ должен стоять множитель $\int\limits_0^\infty \varphi_0^2(t)\,\varphi_1^2(t)\,dt$. Вынесение множителя, характеризующего полосу пропускания, за скобку должно в результате дать вместо соотношения

$$\psi_1^2 = \frac{\psi_0^2}{\int\limits_0^\infty \varphi_1^2(t)\,dt \Big/ \int\limits_0^\infty \varphi_0^2(t)\,dt + \dfrac{q_2+1}{m_1q_2}},$$

в котором знаменатель меньше единицы $\left(\text{так как по данным [9] } \int\limits_0^\infty \varphi_1^2(t)\,dt \ll \int\limits_0^\infty \varphi_0^2(t)\,dt,\ \text{а } (q_2+1)/m_1q_2 \ll 1\right)$, соотношение $\psi_1^2 = \dfrac{\psi_0^2}{1 + \dfrac{q_2+1}{m_1q_2}}$, в котором знаменатель больше единицы и из которого следует, что входное отношение сигнал/шум остается бо́льшим, а не меньшим, чем выходное отношение. Аналогичная неточность допущена и в работе [10]. При подсчете мощности дробовых шумов на выходе после трех каскадов усиле-

ния на слое люминофор — фотокатод в этой работе дано выражение

$$i_{ш} = \frac{ei_1\beta_1^2\beta_2^2\beta_3^2}{\sqrt{\theta_1^2+\theta_2^2+\theta_3^2}} + \frac{ei_2\beta_2^2\beta_3^2}{\sqrt{\theta_2^2+\theta_3^2}} + \frac{ei_3\beta_3^2}{\theta_3} + \frac{ei_4}{\tau}, \qquad (17)$$

где i_1 — выходной ток; i_2 — ток после одного каскада усиления; i_3 — ток после двух каскадов усиления; i_4 — выходной ток после четырех каскадов усиления; β_1, β_2 и β_3 — коэффициенты усиления в соответствующих каскадах; θ_1, θ_2 и θ_3 авторы работы [10] называют эффективными временами накопления люминофора, а τ — интервалом корреляции. Как видно из приведенного выражения, и здесь на выходе ошибочно складываются шумы, отнесенные к разному интервалу времени. Так как времена в первых трех членах выражения (17) оказываются существенно бо́льшими, чем в четвертом, то отношение сигнал/шум фактически определяется только величиной выходного тока $\psi_4 \simeq \sqrt{\frac{i_4\tau}{e}}$, и так как $i_4 = \beta_1\beta_2\beta_3 i_1$, то осуществляется выигрыш в отношении сигнал/шум от входа к выходу в $\sqrt{\beta_1\beta_2\beta_3}$ раз (авторы работы [10] отмечают выигрыш чувствительности в $\beta_1\beta_2\beta_3$ раз). Очевидно, что если бы время передачи одного элемента было взято одним и тем же, то отношение сигнал/шум на выходе было бы меньше, чем на выходе, что и имеет место в действительности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Чувствительность телевизионных передающих устройств зависит как от множителя, характеризующего минимальную энергию излучения, достаточную для передачи η градаций, ν элементов и $\varkappa$ состояний объекта в предельном случае ограничений, накладываемых только флуктуациями квантов излучения, так и от множителя ξ, характеризующего изменение отношения сигнал/шум от входа к выходу. Величина последнего множителя в значительной степени зависит от свойств передающей телевизионной трубки.

2. Отношение сигнал/шум передающего телевизионного устройства, обеспечивающего передачу заданного количества элементов и числа состояний объекта, можно только уменьшить от входа к выходу передающего устройства. Это уменьшение отношения сигнал/шум происходит вне зависимости от степени инерционности преобразователей, используемых в передающих устройствах. В том случае, если накопление эффективно и коэффициент, характеризующий эффективность накопления, равен единице, наличие инерционных преобразователей приводит лишь к искажению передаваемой информации об объекте (последействию) без повышения отношения сигнал/шум.

3. Отношение сигнал/шум, уменьшенное в одном из начальных каскадов, не может затем быть восстановлено до первоначальной величины вне зависимости от степени усиления в последующих каскадах. Предотвратить же уменьшение сигнал/шум в каскаде, коэффициент усиления которого меньше единицы, можно лишь в том случае, если этому каскаду предпослать по крайней мере один каскад с коэффициентом усиления, значительно бо́льшим единицы.

4. Используемые в эксплуатационных условиях образцы суперортиконов (типа ЛИ-17 или ЛИ-201) обладают чувствительностью примерно на три порядка меньше предельной. Применение электронно-оптических усилителей в одном баллоне с суперортиконом или отдельно позволит поднять чувствительность суперортикона примерно на два порядка и приблизить ее к чувствительности системы, ограничиваемой только флуктуациями фототока.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Б. Гуревич, Пороговая и контрастная чувствительность телевизионных систем с различным стандартом разложения. Докл. на научно-технических конференциях, посвященных Дню радио в Ленинграде и Москве, 1960.
2. К. Шеннон, Статистическая теория передачи электрических сигналов, Сб статей Теория передачи электрических сигналов при наличии помех, ИЛ, 1953 стр. 7—87.
3. А. А. Харкевич, Очерки общей теории связи, ГТИ, 1955.
4. В. Л. Герус, Электронные процессы в телевизионных передающих трубках с двусторонней мишенью, Диссертация, 1952.
5. C. A. Morton, J. E. Ruedy, The intensifier orthicon, Conference Proceedings 2-nd National Convention on Military Electronics, PGME IRE, 1958, p. 113—117
6. А. М. Халфин, Электронное усиление изображений, Техника кино и телевидения, 1958, 9, 10.
7. Е. К. Завойский, М. М. Бутслов, Г. Б. Смолкин, Предельный коэффициент усиления и собственные шумы электронно-оптических усилителей света, Докл. АН СССР, 1956, **111**, 65, 996.
8. С. Б. Гуревич, Физические процессы в передающих телевизионных трубках ГИФМЛ, 1958, стр. 225.
9. П. В. Маковецкий, Об отношении сигнал/шум в электронно-оптических усилителях, ЖТФ, 1959, **29**, 3, 406.
10. И. Л. Валик, Л. И. Хромов, Процесс накопления в передающих телевизионных трубках с несколькими накопителями. Техника телевидения, 1958 28, 17.

Поступила в редакцию
10 VI 1960

1961 № 6

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧ КОРПУСКУЛЯРНОЙ ОПТИКИ С УЧЕТОМ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА

В. М. Брейтман, В. С. Кузнецов

В работах [1,2, 3, 4] показаны результаты разработки метода расчета корпускулярных оптических систем с учетом влияния пространственного заряда посредством метода моделирования [5, 6]. В данной статье предложена математическая формулировка двух типов этого рода краевых задач («прямая» и «обратная») о нерелятивистском корпускулярном потоке с криволинейными траекториями частиц в связи с разработкой методов их решения при помощи быстродействующих электронных вычислительных машин.

ВВЕДЕНИЕ

1. Долгое время трудности решения двумерных и осесимметричных задач корпускулярной оптики с учетом пространственного заряда считались непреодолимыми [1]. Первые результаты были получены при помощи метода подобия и моделирования [1—6]. Они позволили также выявить два основных типа задач о криволинейных потоках и оказались полезными и в качестве отправной информации при дальнейших математических исследованиях проблемы. В настоящее время сочетание метода моделирования [1—6] с вычислительной электронной машиной представляется ближайшей актуальной задачей.

2. Исследования одномерных корпускулярных потоков («пучков») исчерпываются результатами, полученными в работах [7—11]. Вопрос о необходимости строгой постановки задачи для пучка электронов «более чем одного измерения» поднят в работе [12], но без указания вывода системы уравнений и формулировки граничных условий.Отсутствием математического исследования рассматриваемого вопроса можно объяснить то, что закон Ленгмюра — Чайльда, найденный 50 лет назад [7, 8], исчерпывает количественную базу современной корпускулярной оптики с учетом пространственного заряда.

Корпускулярные потоки с пространственным зарядом, двумерные, осесимметричные, трехмерные, характеризуются криволинейными траекториями частиц. Они еще не изучены математически. Попытки перенесения на них схемы Пирса [10], различающей область G_0 в пучке (рис. 1), где $\Delta U(x, y) = 4\pi\rho(U; x, y) \neq 0$, и область G_1 вне пучка, где $\Delta\Psi(x, y) = 0$, никогда еще не приводили к положительным результатам. Представление Пирса о «боковой границе пучка», справедливое для рассмотренной им задачи о потоке прямолинейно движущихся частиц [10], здесь лишено четкого смысла, как физического, так и математического. Это утверждение полностью подтверждается опытом. Для корпускулярных потоков, имеющих более одного измерения, мы исключаем представление о боковых границах. Они могут быть выбраны условно как «крайние» траектории, ограничивающие заданную часть тока, лишь после рассмотрения распределения функций (U — потенциал, ρ — плотность пространственного заряда, v_x, v_y — составляющие вектора скорости), описывающих поток в поле, находимых решением математической задачи.

Таким образом, будем различать:

а) поток прямолинейный, имеющий прямолинейные траектории и бо ковые границы, образованные крайними траекториями; всегда одноме ный, существующий только при специальных видах полей вне его [10] к нему применимо понятие пучка (рис. 1);

б) поток криволинейный, обобщенное понятие пучка, имеющий кри волинейные траектории частиц; он не имеет однозначно определенных бо ковых границ; характеризуется только распред лением функций U, ρ, v^x, v_y; всегда имеет боле одного измерения.

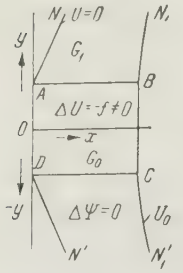


Рис. 1. Прямолинейный поток частиц, имеющий прямоли нейные (плоские) границы

1. СИСТЕМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

3. Движение заряженных частиц в электромаг нитном поле в общем случае может быть описан системой дифференциальных уравнений Максвелла с присоединени дифференциального уравнения движения частицы [13]:

$$\operatorname{rot}\vec{E} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \tag{1}$$

$$\operatorname{div}\vec{E} = 4\pi\rho, \tag{2}$$

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\vec{I}, \tag{3}$$

$$\operatorname{div}\vec{H} = 0, \tag{4}$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v}_0\vec{H}], \tag{5}$$

где $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{I} = \rho\vec{v}$, $\vec{P} = m\vec{v}_0 \Big/ \sqrt{1-\left(\frac{\vec{v}_0}{c}\right)^2}$ — соответственно векторы элек трической и магнитной напряженностей поля, плотности тока, импульс c — скорость света в вакууме; различаются векторы скорости: $\vec{v}$ — ра сматриваемой частицы, $\vec{v}$ — всех остальных частиц, движение которы создает поле. Так как в окрестности данной точки скорости части можно считать одинаковыми, то в дальнейшем индекс при $\vec{v}$ в уравн нии движения опускается.

Для стационарного случая, в отсутствие внешнего магнитного поля замечая, что здесь

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0, \quad \operatorname{div}\operatorname{rot}\vec{H} = \operatorname{div}\left(\frac{4\pi}{c}\vec{I}\right) = 0, \tag{6}$$

имеем систему дифференциальных уравнений, описывающую поток зар женных частиц в электростатическом поле:

$$\operatorname{div}\vec{E} = 4\pi\rho, \quad \operatorname{div}(\rho\vec{v}) = 0, \qquad \frac{d\vec{P}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}].$$

Для нерелятивистского стационарного потока, пренебрегая магнитным полем потока частиц, замечая, что здесь

$$\vec{P} = m\vec{v},\ \frac{d\vec{P}}{dt} = m(\vec{v}\nabla)\vec{v},\quad E = -\operatorname{grad} U, \tag{7}$$

переходя к декартовой системе координат, введя безразмерные переменные, имеем пять уравнений

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial\eta^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial\zeta^2} = \rho_*, \tag{8}$$

$$\frac{\partial\rho_* v_\xi}{\partial\xi} + \frac{\partial\rho_* v_\eta}{\partial\eta} + \frac{\partial\rho_* v_\zeta}{\partial\zeta} = 0, \tag{9}$$

$$v_\xi\frac{\partial v_\xi}{\partial\xi} + v_\eta\frac{\partial v_\xi}{\partial\eta} + v_\zeta\frac{\partial v_\xi}{\partial\zeta} = C_1\frac{\partial\varphi}{\partial\xi}, \tag{10}$$

$$v_\xi\frac{\partial v_\eta}{\partial\xi} + v_\eta\frac{\partial v_\eta}{\partial\eta} + v_\zeta\frac{\partial v_\eta}{\partial\zeta} = C_1\frac{\partial\varphi}{\partial\eta}, \tag{11}$$

$$v_\xi\frac{\partial v_\zeta}{\partial\xi} + v_\eta\frac{\partial v_\zeta}{\partial\eta} + v_\zeta\frac{\partial v_\zeta}{\partial\zeta} = C_1\frac{\partial\varphi}{\partial\zeta} \tag{12}$$

с пятью неизвестными φ, ρ_*, v_ξ, v_η, v_ζ, где

$$\varphi = \frac{U}{U_0};\ \rho_* = c\rho;\ v_\xi = \frac{v_x}{v_0};\ v_\eta = \frac{v_y}{v_0};\ v_\zeta = \frac{v_z}{v_0};$$

$$\xi = \frac{x}{L};\ \eta = \frac{y}{L};\ \zeta = \frac{z}{L};\ U_0 = \text{const};\ L = \text{const};$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2e}{m}U_0} = \text{const};\quad c = -4\pi L^2/U_0 = \text{const};$$

$$C_1 = \frac{e}{m}\frac{U_0}{v_0^2} = \frac{1}{2}.$$

Для осесимметричного поля — наиболее важного случая в корпускулярной оптике — аналогично имеем четыре уравнения

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial R^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial\varphi}{\partial R} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi^2} = \rho_*, \tag{13}$$

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}(\rho_* R v_R) + \frac{\partial}{\partial\xi}(\rho_* v_\xi) = 0, \tag{14}$$

$$v_R\frac{\partial v_\xi}{\partial R} + v_\xi\frac{\partial v_\xi}{\partial\xi} = C_1\frac{\partial\varphi}{\partial\xi}, \tag{15}$$

$$v_R\frac{\partial v_R}{\partial R} + v_\xi\frac{\partial v_R}{\partial\xi} = C_1\frac{\partial\varphi}{\partial R} \tag{16}$$

с четырьмя неизвестными φ, ρ_*, v_ξ, v_R, где

$$\varphi = \frac{U}{U_0};\quad \rho_* = c\rho;\quad v_\xi = \frac{v_x}{v_0};\quad v_R = \frac{v_r}{v_0};\quad R = \frac{r}{L};\quad \xi = \frac{x}{L}.$$

Здесь r, x — размерные координаты цилиндрической системы.

В связи с упразднением представления о границе криволинейного потока (см. выше) знание величин скорости, определяющих траектории, теряет основное значение, поскольку определение траекторий здесь не обязательно. Необходимо знать лишь распределение потенциала φ и составляющих плотности тока $I_x = \rho v_x$, $I_y = \rho v_y$, $I_z = \rho v_z$.

2. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ И ТИПЫ ЗАДАЧ

4. Формулирование граничных условий требует рассмотрения конкретных задач. Для удобства обозрения будем различать два основных типа задач в зависимости от содержания в совокупности граничных условий следующих характерных условий *.

I. Прямая задача. Задана система внешних электродов; не задано распределение функций ни в одном сечении потока.

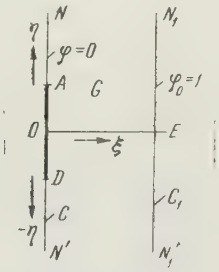


Рис. 2. Прямая задача. Криволинейный двумерный поток

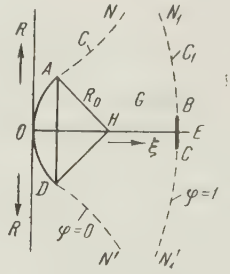


Рис. 3. Обратная задача. Криволинейный осесимметричный поток

II. Обратная задача. Не задана система внешних электродов (см. раздал 7); задано распределение функций в одном сечении потока, например не коллекторе.

В обоих случаях искомыми являются распределения функций φ, ρ, v_x, v_y.

Для простоты изложения ограничимся рассмотрением оптических систем с двумя электродами, определенными граничными условиями.

5. Рассматриваются задачи о стационарном нерелятивистском потоке электронов или ионов (в вакууме) под действием электростатического поля, образованного разностью потенциалов, приложенной между двумя электродами NN' и N_1N_1' (рис. 2, 3), и полем пространственного заряда пучка. Только часть AD электрода NN' эмиттирует частицы. Поток частиц, движущихся от NN' к N_1N_1', образует электрический ток $\vec{I} = \rho\vec{v}$.

Принимается, что поток частиц несет заряды только одного знака, благодаря чему суммарный заряд отличен от нуля. Допускается, что все заряды одинаковы. Начальные скорости частиц принимаются равными нулю. Поэтому

$$\frac{mv^2}{2} = eU. \tag{17}$$

Принимается, что эмиссионная способность на участке AD электрода NN' не ограничена. Имеем здесь условие

$$(\rho_* \varphi^{1/2})_{\varphi \to 0} \to \text{const} \begin{cases} \neq 0, \\ \neq \infty. \end{cases} \tag{18}$$

Рассмотрим по одному типичному примеру прямой и обратной задач.

* Выражения «прямая» и «обратная» задачи имели место в работах Г. А. Гринберга, но в диаметрально противоположном смысле и лишь для частных задач корпускулярной оптики без учета влияния пространственного заряда.

3. ПРЯМАЯ ЗАДАЧА

6. На плоскости (ξ, η) рассматривается открытая область G, заключенная между двумя бесконечными параллельными прямыми $NN' \| N_1N_1'$ (рис. 2), расстояние между которыми $OE = 1$.

В области G (ξ, η) симметрично относительно оси ξ распределено поле функций ρ_*, φ, v_ξ, v_η, описываемое системой дифференциальных уравнений вида (8) — (12) для случая двумерного поля (начало декартовых координат принимаем в точке O).

Заданы граничные условия:

1) на прямой NN' $\varphi(0, \eta) = 0$,

2) на прямой N_1N_1' $\varphi(1, \eta) = 1$,

3) на отрезке AOD (симметричном относительно точки O)

$$(\varphi^{1/2}\rho_*)_{\varphi\to 0} \to \text{const} \begin{cases} \neq 0, & \dfrac{\partial\varphi}{\partial\xi} \\ & v_\xi(\xi, \eta) \\ \neq \infty, & v_\eta(\xi, \eta) \end{cases}\Bigg|_{\xi\to 0} \to 0,$$

4) условия на бесконечности

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\xi}\Bigg|_{|\eta|\to\infty} \to 1; \quad \begin{matrix} \dfrac{\partial\varphi}{\partial\eta} \\ \rho_*(\xi, \eta) \end{matrix}\Bigg|_{|\eta|\to\infty} \to 0.$$

Требуется найти распределение функций $\varphi(\xi, \eta)$, $\rho_*(\xi, \eta)$, $v_\xi(\xi, \eta)$ $v_\eta(\xi, \eta)$ в области G.

4. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА

7. В пространстве (ξ, R) рассматривается открытая область G, симметричная относительно оси ξ, заключенная между двумя осесимметричными безграничными поверхностями C и C_1, расстояние между центрами которых $OE = 1$ (см. рис. 3).

Центральная часть C суть поверхность сегмента AOD сферы с центром H на оси ξ, имеющего радиус $R_0 = AH = \text{const}$; радиус сегмента $r_0 = AD/2 = \text{const}$. Центральная часть граничной поверхности суть круг с радиусом $r_{01} = BC/2 = \text{const}$. Внешние части граничных поверхностей C и C_1 неизвестны.

В области G распределено поле функций φ, ρ_*, v_ξ, v_R, описываемое системой дифференциальных уравнений (13) — (16).

Заданы граничные условия:

1) на поверхности C $\varphi(\xi, R) = 0$,

2) на поверхности C_1 $\varphi(\xi, R) = 1$,

3) при приближении к сферической поверхности AOD

$$(\varphi^{1/2}\rho_*)_{\varphi\to 0} \to \text{const} \begin{cases} \neq 0, & \dfrac{\partial\varphi}{\partial n} \\ & v_R(\xi, R) \\ \neq \infty, & v_\xi(\xi, R) \end{cases}\Bigg|_{\varphi\to 0} \to 0,$$

4) распределение функций на круге BEC (при $0 \leqslant R \leqslant r_{01}$)

$$\rho_* \equiv \rho_*(1, R), \quad v_\xi \equiv v_\xi(1, R), \quad v_R \equiv v_R(1, R).$$

5) условия на бесконечности

$$\begin{matrix} \rho_*(\xi, R) \\ \dfrac{\partial\varphi}{\partial R} \end{matrix}\Bigg|_{R\to\infty} \to 0.$$

Требуется найти распределение функций $\varphi(\xi, R)$, $\rho_*(\xi, R)$, $v_\xi(\xi, R)$, $v_R(\xi, R)$ в области G и тем самым систему внешних электродов: электроды в области G, соответствующие экстремумам потенциала (включая $\varphi = 0$, $\varphi = 1$), необходимые для реализации найденного распределения $\varphi(\xi, R)$ и других функций.

Сформулированные задачи представляют, по-видимому, некоторые новые типы краевых задач, до сих пор еще не изучавшиеся математиками *. Важно, чтобы они привлекли внимание математиков и физиков-теоретиков.

Приносим глубокую благодарность А. А. Дородницыну за интерес к работе и ряд ценных замечаний. Выражаем искреннюю признательность Н. Н. Моисееву за интересные дискуссии и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Брейтман, Метод расчета ионных оптических систем с учетом пространственного заряда, Докл. АН СССР, 1959, **127**, 6, 1187.
2. В. М. Брейтман, Математическое обоснование метода моделирования двумерных полей, описываемых обобщенным уравнением Пуассона, на поверхности трехмерного электролита, Изв. вузов МВО СССР (Энергетика), 1960, **3**, 9,46.
3. В. М. Брейтман, Примеры практических расчетов электронных (ионных) оптических систем с учетом пространственного заряда посредством моделирования в трехмерном электролите, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 9, 1484.
4. В. М. Брейтман, Расчет поля ленточного пучка, расходящегося под действием пространственного заряда в плоскопараллельном диоде при конечной ширине эмиттера, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 10, 1619.
5. В. М. Брейтман, Подобие физических явлений с геометрической точки зрения, НДВШ (Энергетика), 1958, 1, 98.
6. В. М. Брейтман, Методы размерностей и подобия интегральных в целом, Тр. межвузовской конференции по вопр. физ. и матем. моделирования, Докл. Ф-38, МЭИ, 1959.
7. D. C. Child, Discharge from not CaO, Phys. Rev., 1911, 32, 5.
8. I. Langmuir, The effect of space charge and residual gases on thermionic currents in high vacuum, Phys. Rev., 1913, ser. 2, **2**.
9. I. Langmuir, K. Blodgett, Phys. Rev., 1923, **22**, 347; 1924, **24**, 49.
10. J. R. Pierce, Rectilinear electron flow in beams, J. Appl. Phys., 1940, **11**, 548.
11. R. Helm a. oth., Electr. Commun., 1947, **24**, 101.
12. K. Spangenberg, F. Franklin Inst., 1941, **232**, 365.
13. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, ГТТИ, 1959.

Поступила в редакцию
27 II 1960

---

* Задачи смешанного типа, обобщающие задачи эллиптического и гиперболического типов.

1961 № 6

ИМПУЛЬСНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДРЕЙФОВЫХ ТРИОДОВ

В. И. Швейкин

Применительно к дрейфовым триодам дано обоснование предложенного в [1] импульсного метода измерения заряда, позволяющего определять частотные свойства дрейфовых триодов, эффективное время жизни неосновных носителей в базе, значения диффузионных и статических емкостей эмиттера и коллектора.

ВВЕДЕНИЕ

Предложенный в [1] импульсный метод измерения заряда неосновных носителей, накопленных в базе плоскостных полупроводниковых триодов в процессе передачи тока от эмиттера к коллектору, принципиально применим к любым полупроводниковым триодам как сплавным, так и дрейфовым. Дрейфовые триоды в отличие от сплавных характеризуются наличием электрического поля в базе, малой величиной заряда базы. Первая особенность дрейфовых триодов требует установления связи величины заряда базы с частотными параметрами триода при наличии электрического поля в базе, вторая — рассмотрения тех возможных погрешностей, которые могут иметь место в реальной измерительной схеме (рис. 1), а также учета влияния емкостей эмиттерного и коллекторного переходов исследуемого триода на величину измеряемого заряда базы.

Исследование этих вопросов, изложенное в настоящей работе, дает основание утверждать, что импульсный метод измерения заряда базы, являясь простым и надежным, позволяет быстро и достаточно точно определять ряд важнейших характеристик как сплавных, так и дрейфовых полупроводниковых триодов.

1. О СВЯЗИ ВЕЛИЧИНЫ ЗАРЯДА БАЗЫ С ЧАСТОТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ДРЕЙФОВЫХ ТРИОДОВ

Для характеристики частотных свойств дрейфовых триодов вводится частота ω_1, при которой реальная часть коэффициента усиления по току α уменьшается в два раза по сравнению с его низкочастотным значением α_0 [2, 3]. Основным преимуществом ω_1 по сравнению с критической частотой коэффициента по току ω_α является то, что при частоте ω_1 модуль коэффициента усиления по току в схеме с общим эмиттером

$$|\beta| \simeq 1 \tag{1}$$

для любого распределения примеси в области базы [3]. Приближенное равенство (1) является точным, если считать $\alpha_0 = 1$, что для реальных триодов хорошо выполняется.

Покажем, что для плоскостных полупроводниковых триодов при любом законе распределения примеси в области базы частота ω_1 обратно пропорциональна среднему времени пробега носителей $t_{\text{пр}}$, т. е.

$$\omega_1 = \frac{1}{t_{\text{пр}}} = \frac{I_э}{Q}. \tag{2}$$

Здесь Q — величина установившегося заряда неосновных носителей при протекании тока эмиттера $I_э$ [1].

Предполагая для усилительного режима триод одномерным, можно записать

$$\frac{dp(x)}{dx} - \Lambda E(x)\, p(x) = -\frac{I_p(x)}{qDS}, \tag{3}$$

где $p(x)$ — концентрация неосновных носителей (дырок) в базе; $\Lambda = q/kT$; D — коэффициент диффузии дырок в базе; S — площадь переходов; $I_p(x)$ — величина дырочного тока в точке x; $E(x)$ — значение электрического поля в базе триода.

Решение (3) с граничным условием у коллекторного перехода $p(x)\,|_{x=w} = 0$, справедливым в усилительном режиме, имеет следующий вид:

$$p(x) = \frac{1}{qD} e^{-\int_x^w \Lambda E(\xi)\, d\xi} \left[\int_x^w I_p(\zeta)\, e^{\int_\zeta^w \Lambda E(\xi)\, d\xi}\, d\zeta \right], \tag{4}$$

где w — толщина базы. Интегрируя (4) вдоль всей области базы и считая $I_p(\zeta) = I_э = \text{const}$, т. е. пренебрегая влиянием рекомбинации, получим следующее выражение для среднего времени пробега дырок через область базы при любом законе электрического поля $E(x)$ в области базы:

$$t_{пр} = \frac{Q}{I_э} = \frac{1}{D} \int_0^w e^{-\int_x^w \Lambda E(\xi) d\xi} \left[\int_x^w e^{\int_\zeta^w \Lambda E(\xi) d\xi}\, d\zeta \right] dx. \tag{5}$$

Если обозначить

$$\frac{2}{w^2} \left\{ \int_0^w e^{-\int_x^w \Lambda E(\xi) d\xi} \left[\int_x^w e^{\int_\zeta^w \Lambda E(\xi) d\xi}\, d\zeta \right] dx \right\} = \nu, \tag{6}$$

то (5) можно переписать в виде

$$t_{пр} = \frac{w^2}{2D} \frac{1}{\nu}. \tag{7}$$

Для связи $t_{пр}$ с ω_1 используем результат, полученный в [4] для α при произвольном распределении поля в области базы:

$$\alpha \simeq \operatorname{sch} \sqrt{j \frac{\omega w^2}{D\nu}}. \tag{8}$$

Переписывая (8) в виде

$$\alpha = \frac{1}{\operatorname{ch} a \cos a + j \operatorname{sh} a \sin a}, \tag{9}$$

где $a = \sqrt{\omega w^2 / 2D\nu}$, и разделяя действительную и мнимую части (9), из условия $\operatorname{Re}[\alpha(j\omega_1)] = 1/2$ можно получить, что

$$\omega_1 = \frac{1{,}997 D}{w^2} \nu \simeq \frac{2D}{w^2} \nu. \tag{10}$$

Сравнивая полученное выражение для ω_1 с (7), получаем доказательство исходного соотношения (2). Таким образом, заряд неосновных носителей в базе дрейфового триода однозначно определяет частоту ω_1 или

$$f_1 = \frac{I_э}{2\pi Q} = \frac{1}{2\pi t_{пр}} \tag{11}$$

независимо от вида распределения примеси в области базы.

Входящая в выражения для $t_{пр}$ и ω_1 величина ν является важнейшим параметром дрейфовых триодов. В частности, как видно из (7), (10), она показывает, во сколько раз уменьшается $t_{пр}$ и, соответственно, во сколько раз увеличивается частота f_1 для дрейфового триода при наличии поля в базе по сравнению с триодом, у которого при прочих равных условиях поле отсутствует. Будем в дальнейшем называть величину ν фактором дрейфа.

Если предположить электронный ток $I_n(x) = 0$ вдоль всей области базы, т. е.

$$\frac{dn(x)}{dx} + \Lambda E(x) n(x) \equiv 0,$$

где $n(x)$ — концентрация электронов в базе, и положить $n(x) \simeq N_d(x)$, где $N_d(x)$ — концентрация примесных атомов в области базы, то для ν (см. (6)) можно записать следующее выражение:

$$\nu = \frac{2}{w^2} \int_0^w \frac{1}{N_d(x)} \left[\int_x^w N_d(\xi)\, d\xi \right] dx. \tag{12}$$

Как следует из (12), в отсутствие дрейфового движения носителей в базе ($N_d(x) = \text{const}$) $\nu^{(0)} = 1$. В этом случае измерение заряда базы Q позволяет определять как частоту

$$f_1^{(0)} = \frac{D}{\pi w^2} = \frac{I_э}{2\pi Q}, \tag{13}$$

так и критическую частоту

$$f_\alpha^{(0)} = \frac{1{,}215\, D}{\pi w^2} = \frac{1{,}21 I_э}{2\pi Q}. \tag{14}$$

Сравнение (13) и (14) показывает, что для сплавного триода между f_1 и f_α имеется простая связь

$$K = \frac{f_\alpha^{(0)}}{f_1^{(0)}} = 1{,}21.$$

В общем случае коэффициент пропорциональности между f_α и f_1 зависит от закона распределения примеси в базе триода. Для модели триода с постоянным полем E_0 в области базы, когда концентрация примеси в базе меняется по экспоненциальному закону $N_d(x) = N_{d0} e^{-\Lambda E_0 x} = N_{d0} e^{-\frac{\Delta V}{kT}\frac{x}{w}}$, как следует из (12), фактор дрейфа

$$\nu^{(E_0)} = \frac{\left(\frac{\Delta V}{kT}\right)^2}{2\left[\frac{\Delta V}{kT} - 1 + e^{-\frac{\Delta V}{kT}}\right]},$$

и, следовательно, частота $f_1^{(E_0)}$ определяется следующим образом:

$$f_1^{(E_0)} = \frac{D}{\pi w^2} \frac{\left(\frac{\Delta V}{kT}\right)^2}{2\left[\frac{\Delta V}{kT} - 1 + e^{-\frac{\Delta V}{kT}}\right]}.$$

Этот результат также получен в [2] прямым вычислением с ошибкой не более 1%. В этом случае коэффициент $K = f_\alpha^{(E_0)} / f_1^{(E_0)}$ для всех реальных значений для германиевых триодов $0 \leqslant \Delta V/kT \leqslant 8$ является линейной функцией от $\Delta V/kT$ [2]:

$$K = 1{,}21 + 0{,}09 \frac{\Delta V}{kT}. \tag{15}$$

Как следует из (15), коэффициент K слабо зависит от $\Delta V/kT$. Для наиболее вероятных значений $\Delta V/kT \simeq 4$—5 и тогда $f_\alpha \simeq 1{,}6\ f_1$. Использование этого соотношения для расчета f_α по измеренному значению $f_1 = I_э/2\pi Q$ для любого значения $0 \leqslant \Delta V/kT \leqslant 8$ может привести к ошибке не более, чем 25%.

2. О ВОЗМОЖНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ МАЛЫХ ЗАРЯДОВ

Величина заряда базы в дрейфовых триодах примерно на два порядка меньше, чем в сплавных, и составляет 10^{-11}—10^{-10} $к$ при $I_э = 5$—20 *ма*.

Основные погрешности при измерении заряда по схеме, показанной на рис. 1, могут происходить за счет следующих явлений: конечного времени переключения измерительных диодов $Д_2$, $Д_1$ ($t_{пер}$), конечной длительности заднего фронта импульса тока эмиттера ($t_{зф}$), наличия паразитных емкостей схемы (C_1, C_2, C_3).

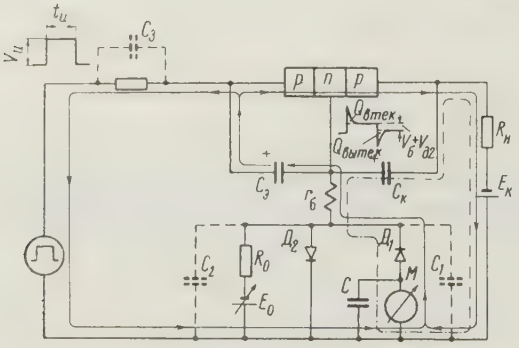


Рис. 1. Схема измерения заряда с учетом емкостей эмиттера и коллектора исследуемого триода, а также паразитных емкостей схемы

Рассмотрим влияние $t_{пер}$. Если исследуемый триод был бы идеальным, величина тока базы которого $I_{б0} = 0$, а ток $I_{к0}$ компенсирован полностью [1], то с достаточной степенью точности можно, очевидно, считать, что $Q_{втек}$ целиком пройдет через диод $Д_2$, а $Q_{вытек}$ — через диод $Д_1$ и прибор M (см. рис. 1). Разумеется, при этом $I_0 \gg I_{sД2}, I_{sД1}$, где $I_{sД1}$, $I_{sД2}$—обратные токи диодов $Д_1, Д_2$.

Для реальных триодов $I_{б0} \neq 0$ и к моменту прекращения импульса тока эмиттера $I_э(t = t_и)$ через диод $Д_2$ протекает ток $I_{б0}$. В этом случае величина заряда, фиксируемая прибором, будет по крайней мере не меньше $Q_{вытек} - Q_{Д2}$, где $Q_{Д2} = I_{б0} t_0$ — заряд, накопленный в диоде $Д_2$ к моменту $t_и$. Величина t_0 есть временна́я постоянна́я диода (добротность диода [5]), однозначно характеризующая его частотные свойства [6] (ср. с $t_{пр}$ для триода). Условие, при котором можно пренебречь конечной длительностью $t_{пер}$, является $Q_{вытек} = Q = I_э t_{пр} \gg Q_{Д2} = I_{б0} t_0$ или

$$t_0 \ll \beta_0 t_{пр}, \tag{16}$$

где β_0 — низкочастотное значение β.

Поскольку для реальных триодов $\beta_0 \gg 1$, то, как следует из (16), выбирая такие диоды, частотные свойства которых не хуже, чем у исследуемых триодов, влияние конечного $t_{пер}$ можно сделать незначительным *.

Условие, аналогичное (16), может быть получено (доказательство здесь не приводится) для длительности $t_{зф}$:

$$t_{зф} \ll \beta_0 t_{пр} = \tau, \tag{17}$$

где τ — эффективное время жизни дырок в базе. Для дрейфовых триодов значения τ обычно лежат в пределах 0,2—1 *мксек*. Поэтому ошибка за счет конечной длительности $t_{зф}$ может быть сделана не более 5—10%, если

* В качестве диодов $Д_1$, $Д_2$ нами были использованы диоды типа Д10Б. Возможно применение кристаллических детекторов, работающих в диапазоне сантиметровых волн. «Идеальным» измерительным диодом мог бы служить туннельный диод с вырожденной характеристикой только в обратном направлении (обращенный туннельный диод).

личина $t_{эф}$ равна одной или нескольким сотым микросекунды, что практически вполне выполнимо.

Как следует из приведенного рассмотрения, наличие емкости $_{1,2} = C_1 + C_2$ (в основном это — емкость диодов $Д_1$, $Д_2$) может лишь еньшать заряд $Q_{вытек} = Q$ на величину $Q_{C_{1,2}} = C_{1,2} V_{Д2}$, где $V_{Д2}$ — напряжение на диоде $Д_2$ в момент $t = t_и$.

Полагая $C_{1,2} = 1\ пф$ для точечных диодов $Д_1$, $Д_2$ и $V_{Д2} = 0{,}3\ в$, олучим $Q_{C_{1,2}} = 0{,}3 \cdot 10^{-12}\ к$, что лежит значительно ниже измеряемых еличин зарядов.

Наличие емкости C_3 практически никак не скажется, если приняты еры для предотвращения возможности пробоя эмиттерного перехода.

Суммируя сказанное, можно заключить, что при соответствующем ыборе диодов $Д_1$, $Д_2$ (16), достаточно крутом заднем фронте генератора рямоугольных импульсов (17) и тщательном монтаже измерительной хемы описанный метод позволяет измерять величины зарядов порядка $)^{-11}\ к$ и выше с точностью не хуже 10—15%.

3. О ВЛИЯНИИ ЕМКОСТЕЙ ЭМИТТЕРНОГО И КОЛЛЕКТОРНОГО ПЕРЕХОДОВ НА ВЕЛИЧИНУ ИЗМЕРЯЕМОГО ЗАРЯДА БАЗЫ. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДРЕЙФОВЫХ ТРИОДОВ ИМПУЛЬСНЫМ МЕТОДОМ

Если для сплавных триодов, у которых при типовых режимах заряд, акапливаемый в базе, велик по сравнению с зарядами, запасаемыми емкостях эмиттера $C_э$ и коллектора $C_к$, пренебрежение влиянием тих емкостей в [1] было обоснованным, то при измерении заряда в базе рейфовых триодов с этим фактом нельзя не считаться, тем более что ри небольших величинах токов $I_э$ эти заряды могут являться определяющими.

На рис. 1 представлена схема измерения заряда с учетом емкостей э, $C_к$ исследуемого триода. Для определенности полагаем, что триод аботает в активной области ($I_э \leqslant E_к / \alpha_0 R_н$) и принимаем, что длительность импульса тока эмиттера $t_и$ достаточна для установления всех ереходных процессов, связанных как с накоплением заряда в базе, ак и на емкостях $C_э$, $C_к$. В этом случае к моменту $t_и$ на емкости $C_э$ апасается заряд

$$Q_э = \overline{C}_э V_э,$$

де $\overline{C}_э = \frac{1}{V_э} \int_0^{V_э} C_э(V)\, dV$; $V_э$ — напряжение на переходе эмиттера при протекании тока $I_э$.

Из схемы рис. 1 нетрудно видеть, что цепь разряда емкости $C_э$, бозначенная на рис. 1 сплошной линией, замыкается через измерительный прибор, увеличивая его показания в пересчете на заряд [1] а $Q_э$.

Общее изменение заряда на емкости $C_к = C_{кс} + C_{кд}$, где $C_{кс}$ — статистическая емкость; $C_{кд}$ — диффузионная емкость коллектора, в течение ереходного процесса тока эмиттера равно

$$Q_к = \int_{V_к}^{E_к} [C_{кс}(V) + C_{кд}(V)]\, dV. \qquad (18)$$

десь $V_к = E_к - I_э R_н \alpha_0 + V_б + V_{Д2}$; $E_к$ — напряжение коллекторной батареи; $R_н$ — сопротивление нагрузки; $V_б$ — напряжение, создаваемое током азы $I_{б0}$ на сопротивлении базы $r_б$; $V_{Д2}$ — напряжение на диоде $Д_2$ м. рис. 1). Эта величина заряда будет также зафиксирована измерительным прибором. Путь разряда емкости $C_к$ на рис. 1 указан штрих-

пунктирной линией. Для случая, когда на коллекторе обеспечено условие короткого замыкания ($R_н = 0$), заряд, запасаемый на емкости $C_к$, равен

$$Q'_к = \int\limits_{E_к + V_б + V_{Д2}}^{E_к} C_к(V)\, dV \simeq C_к(E_к)\,[V_б + V_{Д2}]$$

и, как нетрудно видеть, показания прибора будут уменьшены на эту величину. Таким образом, при коротком замыкании коллектора (которое должно быть выполнено при определении критической частоты) показания прибора с учетом влияния $C_э$, $C_к$ будут

$$Q_{пр} = Q + Q_э - Q'_к$$

или

$$Q_{пр} = I_э\left\{t_{пр} + \frac{\overline{C}_э}{\Lambda I_э}\ln\left(\frac{I_э}{I_{sэ}} + 1\right) - C_к\left[\frac{r_б}{\beta_0} + \frac{1}{\Lambda I_э}\ln\left(\frac{I_э}{\beta_0 I_{sД2}} + 1\right)\right]\right\}, \quad (19)$$

где $I_{sэ}$, $I_{sД2}$ — обратные токи соответственно эмиттерного перехода и диода $Д_2$.

Из условия $Q = Q_э$, полагая $\overline{C}_э = 50\ пф$, $I_{sэ} = 10^{-6}\ а$, $t_{пр} = 2{,}5 \cdot 10^{-9}\ сек$ (что соответствует значению $f_1 \simeq 65\ Мгц$), получим то значение $I^*_э$, при котором заряды Q и $Q_э$ соизмеримы. Это значение $I^*_э$ при выбранных $\overline{C}_э$, $t_{пр}$, $I_{sэ}$ для отечественных триодов типа П401 – П403 оказывается равным $4\ ма$.

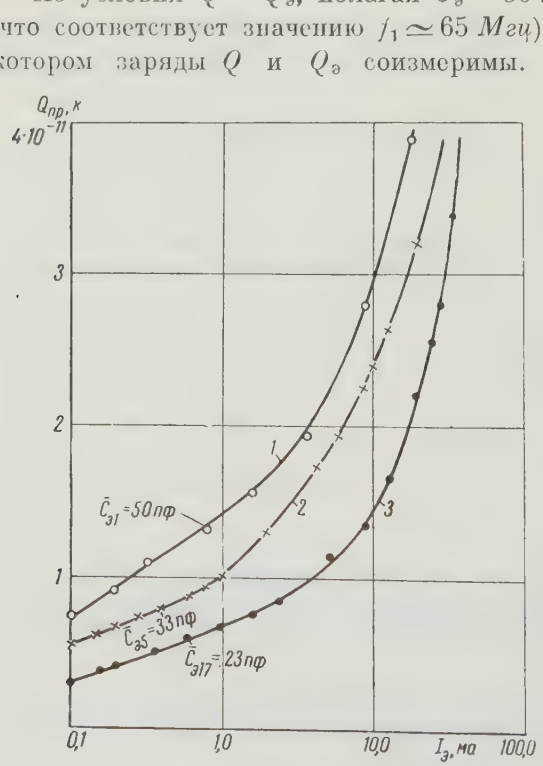


Рис. 2. Экспериментальная зависимость $Q_{пр}$ от $\ln I_э$. Режим измерения: $E_к = 5\ в$, $t_и = 1\ мксек$, $T = 2\ мксек$

1 — П402 № 1; *2* — П403 № 5; *3* — П402 № 17

Теперь оценим вклад емкости $C_к$ по сравнению с емкостью $C_э$ при токах $I_э \leqslant I^*_э = 4\ ма$. Считая, что $I_{sэ} = I_{sД2} = 10^{-6}\ а$, $r_б = 100\ ом$ и полагая $\beta_0 = 50$, получим

$$\frac{Q_э}{Q_к} \simeq 1{,}8\,\frac{\overline{C}_э}{C_к(E_к)}.$$

Поскольку в дрейфовых триодах величина $C_к(E_к)$ примерно на порядок меньше, чем $\overline{C}_э$, то вклад емкости $C_к$ при токах $I_э \leqslant 4\ ма$ составляет 5—10% от вклада емкости $C_э$.

Из сказанного следует, что если экспериментальная зависимость $Q_{пр}$ от $\ln I_э$ при токах $I_э < 4\ ма$ будет линейной, то наклон прямой к оси $\ln I_э$ должен определять значение емкости $\overline{C}_э$, которую в этом интервале можно считать постоянной. На рис. 2 представлена экспери-

ентальная зависимость $Q_{пр}$ от $\ln I_э$ для триодов типа П401, П402 П403. ействительно, как видно из рис. 2, при токах эмиттера меньше 2—3 *ма* ависимость $Q_{пр}$ от $\ln I_э$ близка к линейной (заряд $Q_э$ с током $I_э$ растет огарифмически), при больших значениях $I_э$ заряд $Q_{пр}$ быстро увели- ивается за счет линейно возрастающего с током $I_э$ заряда базы Q. езультаты измерений позволяют при известном значении $V_э(I_э)$ оценить

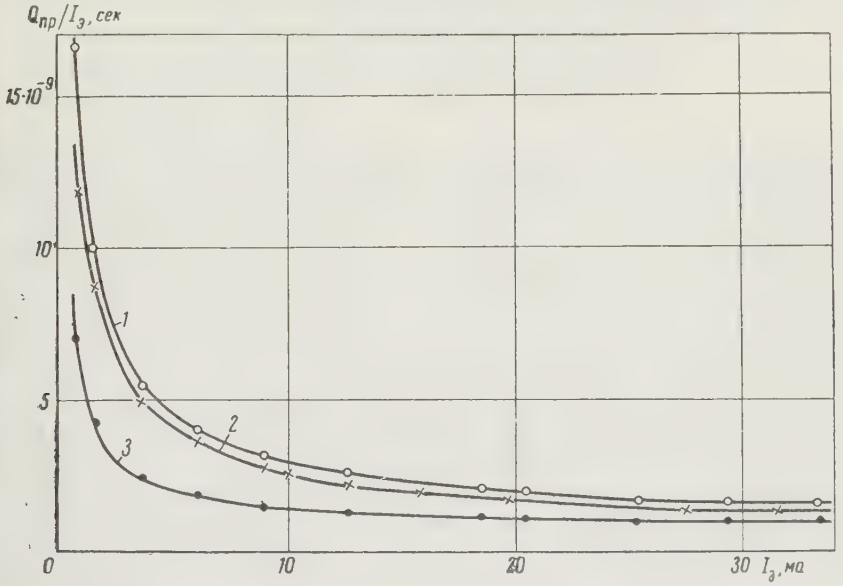


Рис. 3. Экспериментальная зависимость $Q_{пр}/I_э$ от $I_э$. [Режим] измерения: $E_к = 5$ *в*, $t_и = 0{,}5$ *мксек*, $T = 1$ *мксек*

1 — П402 № 1; $t_{пр1} = 1{,}56\cdot10^{-9}$ *сек* ($f_1 = 100$ *Мгц*); *2* — П403 № 5, $t_{пр5} = 1{,}27\cdot10^{-9}$ *сек* ($f_1 = 125$ *Мгц*); *3* — П401 № 17, $t_{пр17} = 1{,}0\cdot10^{-9}$ *сек* ($f_1 = 160$ *Мгц*)

величину $\overline{C}_э$. Полученные значения $\overline{C}_э$ для испытанных триодов указаны на рис. 2. Измерения $V_э(I_э)$ производились на постоянном токе.

При больших токах эмиттера ($I_э \gg I_э^*$), как видно из (19), величины $r_э = \frac{I}{\Lambda I_э}\ln\left(\frac{I_э}{I_{sэ}}+1\right)\to 0$ и $r_{д2} = \frac{1}{\Lambda I_э}\ln\left(\frac{I_э}{\beta_0 I_{sД2}}+1\right)\to 0$ и выражение (19) принимает вид

$$Q_{пр} = I_э\left(t_{пр} - \frac{r_б C_к}{\beta_0}\right). \qquad (20)$$

Влияние $r_б C_к/\beta_0$ можно оценить, исходя из следующих соображений. Для триодов типа П401 — П403 произведение $r_б C_к$ гарантируется не более $3{,}5\cdot10^{-9}$ *сек*. Если считать, что $\beta_0 = 50$, то $r_б C_к/\beta_0 = 7\cdot10^{-11}$ *сек*, и поправка к величине $t_{пр} = 2{,}5\cdot10^{-9}$ *сек* ($f_1 = 65$ *Мгц*) составляет менее 3%.

Таким образом, измерение заряда при достаточно больших токах эмиттера $I_э$ позволяет определить среднее время пробега неосновных носителей через область базы и, следовательно, однозначно связанную с ним соотношением (11) частоту f_1.

На рис. 3 представлена экспериментальная зависимость $Q_{пр}/I_э$ от тока эмиттера $I_э$. Полученные результаты показывают, что при увеличении тока $I_э$ вплоть до значений, равных 5—10 *ма*, отношение $Q_{пр}/I_э$ быстро уменьшается. Дальнейшее увеличение $I_э$ не столь значительно

меняет величину $Q_{пр}/I_э$, предельное значение которой является средним временем пробега неосновных носителей $t_{пр}$.

Измеренные значения $t_{пр}$, а следовательно, и f_1 указаны на рис. 3. Полученные частоты f_1 обусловлены лишь внутренним механизмом передачи тока в дрейфовых триодах и свободны от влияния емкостей эмиттера и коллектора.

Следует заметить, что знание величины $t_{пр}$ позволяет рассчитать диффузионную емкость эмиттерного перехода

$$C_{эд} = \frac{dQ}{dV_э} = \frac{dQ}{dI_э}\frac{dI_э}{dV_э} \simeq t_{пр} I_э \Lambda = Q\Lambda.$$

Так, например, для триода П401 № 17 (см. рис. 3) $t_{пр} = 1$ *мксек* и при токе $I_э = 1$ *ма* диффузионная емкость эмиттера оказывается равной $C_{эд} = 40$ *пф*.

Можно также оценить величину диффузионной емкости коллектора $C_{кд} = dQ/dE_к \simeq \Delta Q/\Delta E_к$, измерив то уменьшение заряда базы ΔQ, которое происходит при увеличении коллекторного напряжения на $\Delta E_к$ (при прочих неизменных условиях) за счет модуляции ширины базовой области (сопротивление $R_н$ при этом измерении равно нулю).

Например, для триода П402 № 1 при токе $I_э = 20$ *ма* и $\Delta E_к = 10в - 5в = 5в$ значение $C_{кд}$ было равно 0,18 *пф*.

В случае, когда в цепи коллектора включено нагрузочное сопротивление $R_н$, влияние емкости $C_к$ может оказаться очень существенным ввиду того, что заряд $Q_к$ (см. (18)) при достаточно больших значениях $I_э R_н \alpha_0$ может оказаться сравнимым или даже больше заряда Q. Показания прибора при наличии нагрузки $R_н$ возрастут на величину $Q_к = \int\limits_{E_к - I_э \alpha_0 R_н}^{E_к} C_к(V)\,dV$ по сравнению со случаем короткого замыкания в цепи коллектора. Считается выполненным условие $E_к \gg V_б + V_{Д2}$. Разность измеренных величин для этих двух случаев $R_н \neq 0$, $R_н = 0$ при прочих равных условиях даст величину заряда $Q_к = Q_{пр}|_{R_н \neq 0} - Q_{пр}|_{R_н = 0}$ и, следовательно, позволяет определить среднее значение суммы статической и диффузионной емкости коллектора в интервале напряжений от $E_к - I_э \alpha_0 R_н$ до $E_к$

$$\bar{C}_к = \frac{Q_к}{I_э R_н \alpha_0}.$$

Если одновременно с замыканием накоротко нагрузки $R_н$ устанавливать напряжение коллекторной батареи равным $E_к - I_э R_н \alpha_0$, то разность измеренных в этом случае зарядов $Q_{пр}\Big|_{\substack{R_н \neq 0 \\ E_к}} - Q_{пр}\Big|_{\substack{R_н = 0 \\ E_к - I_э R_н \alpha_0}}$ равна величине заряда, запасаемого только в статической емкости коллекторного перехода. Следовательно, при измеренных $Q_{пр}\Big|_{\substack{R_н \neq 0 \\ E_к}}$, $Q_{пр}\Big|_{\substack{R_н = 0 \\ E_к - I_э R_н \alpha_0}}$, $I_э R_н \alpha_0$ среднее значение статической емкости коллекторного перехода $\bar{C}_{кс}$ в интервале напряжений от $E_к - I_э R_н \alpha_0$ до $E_к$ можно рассчитать по выражению

$$\bar{C}_{кс} = \frac{1}{I_э R_н \alpha_0} \int\limits_{E_к - I_э R_н \alpha_0}^{E_к} C_{кс}(V)\,dV = \frac{Q_{пр}\Big|_{\substack{R_н \neq 0 \\ E_к}} - Q_{пр}\Big|_{\substack{R_н = 0 \\ E_к - I_э R_н \alpha_0}}}{I_э R_н \alpha_0}. \qquad (21)$$

Для дрейфовых триодов зависимость $C_{кс}$ от величины приложенного напряжения V хорошо описывается соотношением [7]

$$C_{кс}(V) = AV^{-1/2}. \qquad (22)$$

Подстановка (22) в (21) приводит к выражению

$$\overline{C}_{кс} = C_{кс}(E_к)\left[1 + \frac{1}{6}\frac{I_э R_н \alpha_0}{E_к}\right], \qquad (23)$$

при получении которого бином $(E_к - I_э R_н \alpha_0)^{3/2}$ был заменен первыми тремя членами разложения. Очевидно, что при этом считается $E_к < I_э R_н \alpha_0$.

В случае, когда $E_к = I_э R_н \alpha_0$, прямое вычисление (21) приводит к следующему простому соотношению между $\overline{C}_{кс}$ и $C_{кс}(E_к)$:

$$\overline{C}_{кс} = 1{,}5\, C_{кс}(E_к).$$

Для резких (сплавных) переходов, когда справедливо $C_к(V) = AV^{-1/2}$, аналогичное выражение имеет вид

$$\overline{C}_{кс} = 2C_{кс}(E_к).$$

На рис. 4 для триодов типа П401 и П402 приведена зависимость $(1/C_{кс}(E_к))^3$ от $E_к$. Значения $C_{кс}(E_к)$ определялись из (23) при измерении $C_{кс}$ указанным ранее способом. Полученный результат (см. рис. 4) указывает на выполнение зависимости (22), что находится в согласии с [7].

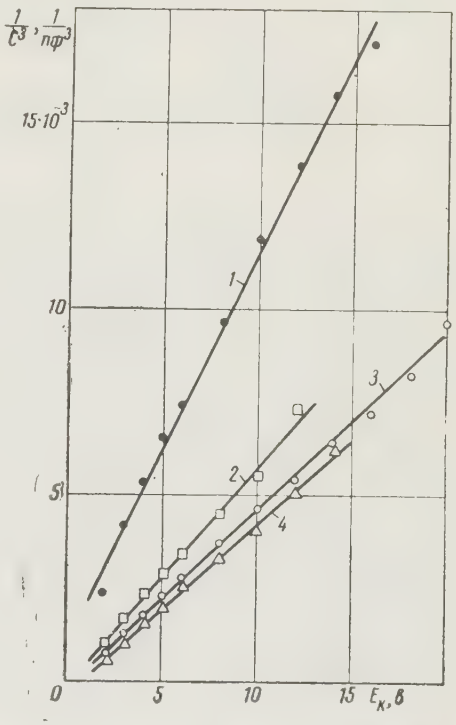


Рис. 4. Экспериментальная зависимость $1/C^3_{кс}$ от $E_к$. Режим измерения: $I_э = 0{,}8$ *ма*, $R_н = 2{,}2$ *ком*, $t_и = 0{,}5$ *мксек*, $T = 1$ *мксек*

1 — П401 № 17; *2* — П402 № 14; *3* — П402 № 1
4 — П401 № 21

При измерении заряда базы насыщенного триода $Q_{нас}$ описанным в [1] способом следует учитывать заряд, запасенный на $C_{кс}$ и $C_э$. Знание величины $Q_{нас}$ позволяет определить среднее время жизни дырок при изменении базового тока от нуля до $I_б$:

$$\overline{\tau} = \frac{Q_{нас}}{I_б} = \frac{1}{I_б}\int_0^{I_б} \tau(I_б)\, dI_б.$$

Наличие емкостей переходов триода можно не принимать во внимание, если определить $\tau(I_б)$ из выражения

$$\tau(I_б) = \frac{Q_2 - Q_1}{I_{б2} - I_{б1}} = \frac{\Delta Q_{нас}}{\Delta I_б},$$

где Q_2, Q_1 — показания прибора, соответствующие двум близким значениям токов базы $I_{б1}$, $I_{б2}$ триода, находящегося в режиме насыщения. Это обусловлено тем, что при изменении тока базы от $I_{б1}$ до $I_{б2}$ заряд на $C_{кс}$ и $C_э$ меняется очень незначительно по сравнению с изменением $Q_{нас}$ триода. Изменение тока базы $\Delta I_б = I_{б2} - I_{б1}$ можно производить либо изменением тока эмиттера $\Delta I_э$, либо изменением тока коллектора $\Delta I_к$ за счет изменения $R_н$. В первом случае $\Delta I_б \simeq \Delta I_э$, во втором — $\Delta I_б \simeq \Delta I_к$. На рис. 5 показаны измеренные таким образом значения $\tau(I_б)$ при из-

менении тока базы вплоть до значений $I_б = 10$ *ма*. Полученные результаты свидетельствуют о том, что эффективное время жизни дырок в базе насыщенного дрейфового триода с увеличением тока базы возрастает.

Описанный выше импульсный метод определения параметров полупроводниковых триодов путем измерения заряда, будучи простым и надежным, обладает следующими преимуществами по сравнению с обычными способами измерения.

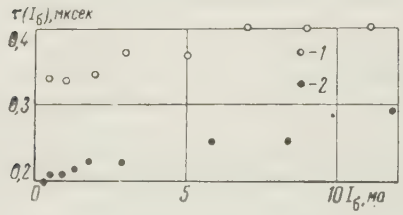


Рис. 5. Экспериментальная зависимость τ от $I_б$. Режим измерения: $E_к = 10$ *в*, $R_н = 3{,}3$ *ком*, $t_и = 1$ *мксек*. $T = 2$ *мксек*

1 — П402 № 1; *2* — П401 № 17

1) Очень часто полупроводниковые триоды используют в импульсных режимах, когда мощности, рассеиваемые в импульсе, превышают предельно допустимые. Обычные измерения параметров полупроводниковых триодов производятся при постоянном воздействии, что не позволяет производить измерения при режимах, выше предельных. Предложенный метод свободен от этого: скважность генератора входных импульсов тока эмиттера $\varkappa = T/t_и$ всегда можно выбрать достаточно большой.

2) С увеличением тока эмиттера $I_э$ величина заряда базы Q также увеличивается. Следовательно, наименьший заряд, измеряемый по схеме рис. 1, всегда может быть достигнут и превышен за счет увеличения тока $I_э$. Не опасаясь выхода триода из строя вследствие перегрева, необходимое увеличение тока $I_э$ всегда можно получить, если скважность прямоугольных импульсов $\varkappa$ взята достаточно большой. Это обстоятельство, очевидно, позволяет значительно расширить предел измерения критических частот по сравнению с обычными способами. Так, например, для триода типа П410 № 22 измеренная величина заряда базы при $I_э = 35$ *ма* оказалась равной $1{,}4 \cdot 10^{-11}$ *к*, что соответствует значению $f_1 \simeq 400$ *мгц*. Измерение производилось при $t_и = 0{,}4$ *мксек*, $T = 1$ *мксек*, $E_к = 5$ *в*.

3) Влияние $r_б C_к$ при импульсном методе измерения на измеряемую частоту f_1 значительно уменьшается (примерно в $\beta_0/3$ раз) по сравнению с влиянием $r_б C_к$ при обычных способах измерения критических частот (см. (20)). Это обстоятельство обусловлено тем, что в схеме рис. 1 измеряется установившийся заряд Q, когда к моменту $t_и$ через базу течет ток $I_{б0} = I_э/\beta_0$, в то время как при обычном способе измерения через базу при критической частоте течет ток $\sim 0{,}3\ I_э$. Это свойство импульсного метода позволяет определять значения времени пробега дырок через область базы $t_{пр}$ и соответственно частоты f_1 «в чистом виде» без поправок на влияние $r_б C_к$, что может оказаться очень полезным для технологического контроля при изготовлении триодов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено обоснование предложенного в [1] импульсного метода измерения заряда неосновных носителей в базе плоскостных полупроводниковых триодов применительно к наиболее высокочастотным (в настоящее время) дрейфовым триодам.

В общем случае произвольного распределения примеси в области базы установлена связь между величиной заряда базы и частотными свойствами дрейфовых триодов.

Показана возможность измерения заряда порядка 10^{-11} *к* с точностью 10—15%.

Исследовано влияние емкостей эмиттерного и коллекторного переходов исследуемого триода. Показано, что импульсный метод измерения заряда позволяет определять следующие параметры как сплавных, так и дрейфовых триодов: время пролета неосновных носителей через базу $t_{пр}$ и, следовательно, частоту $f_1 = 1/2\pi t_{пр}$, эффективное время жизни неосновных носителей в базе τ, диффузионные и статические емкости эмиттера $\overline{C}_{эд}$, $\overline{C}_{э}$, и коллектора $\overline{C}_{кд}$, $\overline{C}_{кс}$, $C_{к}$.

Указан ряд преимуществ импульсного метода определения параметров полупроводниковых триодов по сравнению с существующими способами измерений.

Автор приносит искреннюю благодарность К. С. Ржевкину за ценные советы и постоянное внимание к работе, а также В. В. Мигулину, сделавшему ряд полезных замечаний по рукописи статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Швейкин, Экспериментальное определение основных свойств полупроводниковых триодов путем измерения заряда неосновных носителей базы, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 7, 1158.
2. J. te Winkel, Drift transistor, Electronic and Radio Engr, 1959, **36**, 8, 280.
3. L. G. Cripps, Transistor high-frequency parameter f_1, Electronic and Radio Engr, 1959, **36**, 11, 43.
4. H. L. Armstrong, On calculating the current gain of junction transistors with arbitrary doping, IRE Trans. Electron Devices, 1959, **ED-6**, 1, 1.
5. Ю. Р. Носов, Переходные характеристики полупроводниковых диодов, Сб. статей Полупроводниковые приборы и их применение, под ред. Я. А. Федотова, вып. 4, Изд. Советское радио, 1960.
6. R. H. Rediker, D. E. Sawyer, Very narrow base diode Proc. I. R. E., 1957, **45**, 7, 944.
7. М. М. Самохвалов, Н. С. Спиридонов, Частотные свойства полупроводниковых триодов, изготовляемых методом сплавления — диффузии, Сб. статей Полупроводниковые приборы и их применение, под ред. Я. А. Федотова, вып. 3, Изд. Советское радио, 1958.

Поступила в редакцию
21 V 1960

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

1961 № 6

О ПРЕОБРАЗОВАНИИ ИМПУЛЬСА ТОКА ФОТОЭЛЕКТРОННОГО УМНОЖИТЕЛЯ В ИМПУЛЬС НАПРЯЖЕНИЯ ЭМИТТЕРНЫМ ПОВТОРИТЕЛЕМ

Л. С. Горн, Б. И. Хазанов

Рассмотрены особенности преобразования импульса тока фотоэлектронного умножителя в импульс напряжения каскадом эмиттерного повторителя. Вычислена нелинейность преобразования и оценен фактор нестабильности; приведены результаты экспериментальной проверки.

В устройствах, работающих от источника с высоким внутренним сопротивлением (генератора тока), часто требуется линейное преобразование импульса тока в импульс напряжения. Такая операция, как правило, выполняется при помощи трансформатора сопротивления — катодного повторителя.

Аналогичные результаты можно получить и при эмиттерном повторителе. Однако необходимо учитывать особенности полупроводниковых триодов при решении подобной задачи. К этим особенностям, в первую очередь относятся температурная зависимость параметров триода и наличие емкостей переходов, изменяющихся обратно пропорционально приложенному напряжению [1].

Рассмотрим каскад эмиттерного повторителя, работающий от генератора тока (рис. 1). Импульс тока $i(t)$ подается в делитель R_1R_2, задающий режим триода; сигнал напряжения снимается с эмиттерной нагрузки $R_э$. Переходная характеристика сигнала определяется величинами емкостей, заряжаемых генератором тока; емкость коллекторного перехода обозначена C_T, емкость монтажа C_0, а суммарная емкостная нагрузка $C_0 + C_T = C$.

Обозначим эквивалентное сопротивление базовой цепи $R\left(\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{\beta R_э}\right)$, постоянное напряжение в отсутствие сигнала на переходе база — коллектор U, а входной сигнал $v_{вх}$.

Выходное напряжение эмиттерного повторителя $v_{вых} = Kv_{вх}$, где K — коэффициент передачи, зависящий в общем случае от частотных свойств триодов, спектра частот передаваемого сигнала и его амплитуды.

Мы рассмотрим наиболее интересный для практики случай нарастания сигнала со временем, равным долям микросекунды. Это соответствует верхним частотам спектра порядка 1—1,5 *Мгц* и отношение передаваемой частоты к граничной частоте триода $b = f/f_{\alpha 0}$ даже для сплавных триодов не превышает единицы. Для дрейфовых триодов эта величина существенно меньше.

Для величин $b \leqslant 1$ и при малых значениях сигнала ($v_{вх} \leqslant 1$ *в*, что соответствует малому изменению величины $r_э$) триод является практически чистоактивным и линейным элементом, коэффициент передачи фактически постоянен и близок к единице и $v_{вх} \simeq v_{вых} = v$.

Действительно, используя эквивалентную схему замещения триода, можно представить коэффициент повторения как [4]

$$K = \frac{R_э}{R_э + \frac{r_б}{|\beta|} + \frac{r_э}{1 + jb}}.$$

Для реальных триодов и режимов включения $r_э \simeq 25$ *ом*, $r_б/|\beta| \simeq 40$ *ом* и $R_э = 4{,}7$ *ком*. Для случая $b = 1$ коэффициент передачи $K = 0{,}99$, а фазовый угол сдвига не превышает доли градуса.

Все последующие вычисления верны в этом приближении, т. е. до тех пор, пока $f_{\alpha 0} \leqslant (1 \div 5)\,\frac{0{,}3}{\tau_н}$.

Как известно, воздействие сигнала $i(t)$ на подобную RC-цепь можно описать дифференциальным уравнением

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC} = \frac{i(t)}{C}. \qquad (1)$$

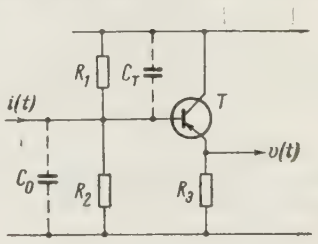


Рис. 1. Принципиальная схема включения эмиттерного повторителя

Для ламповых схем величина емкости C не зависит от величины сигнала, развиваемого на нагрузке, что обеспечивает линейность преобразования тока в амплитуду напряжения [2].

В случае использования полупроводниковых триодов величина емкости C_T является функцией напряжения на переходе, что делает преобразование нелинейным.

В общем случае $C_T = c(U - v)^{-a}$, где c — константа для данного триода; $a = 1/2$ для сплавных триодов и $1/3$ для дрейфовых триодов [1].

Выразим значение емкости для случая воздействия сигнала $C_T(U-v)$ через величину емкости для стационарного состояния $C_T(U)$:

$$\frac{C_T(U - v)}{C_T(U)} = \frac{U^a}{(U - v)^a}$$

или

$$C_T(U - v) = C_T(U)\left[1 - \frac{v}{U}\right]^{-a}. \qquad (2)$$

Тогда

$$C = C_0 + C_T = C_0 + C_T(U)\left[1 - \frac{v}{U}\right]^{-a},$$

$$C = C_0\left[1 + \lambda\left(1 - \frac{v}{U}\right)^{-a}\right], \qquad (3)$$

где $\lambda = C_T(U)/C_0$. Подставив выражение (3) в уравнение (1), получим

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC_0}\,\frac{1}{\left[1 + \lambda\left(1 - \frac{v}{U}\right)^{-a}\right]} = \frac{i(t)}{C_0}\,\frac{1}{\left[1 + \lambda\left(1 - \frac{v}{U}\right)^{-a}\right]}. \qquad (4)$$

Уравнение (4) описывает зависимость между импульсом тока, параметрами схемы и сигналом напряжения на выходе. Его можно решить в общем виде численным интегрированием; однако при некоторых упрощениях, допустимых для практически интересных случаев, уравнение решается и аналитически.

Рассмотрим случай сцинтилляционного датчика, схема которого изображена на рис. 2. Режим эмиттерного повторителя задает низкоомный делитель, к которому подключено сопротивление базовой цепи R_1. Оно же является нагрузкой фотоэлектронного умножителя.

Подобная схема используется при регистрации радиоактивного излучения, когда под действием ионизирующих частиц возбуждается световая вспышка фосфора, преобразуемая фотоумножителем в импульс тока $i(t)$. Амплитуда тока i_0 и общий заряд, протекающий через нагрузку $R_н$, как правило, пропорциональны энергии, теряемой ионизирующей частицей в фосфоре. Линейность этого преобразования позволяет осуществлять спектрометрию ядерного излучения.

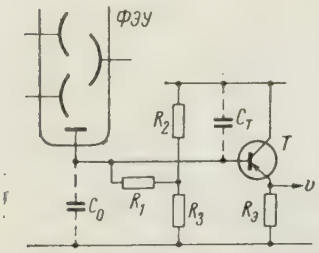


Рис. 2. Схема включения сцинтилляционного датчика

Как известно, форма импульса тока в сцинтилляционном датчике описывается формулой [3]

$$i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}},$$

где τ — время высвечивания фосфора (для йодистого натрия, наиболее распространенного сцинтиллятора, $\tau = 0{,}3 \cdot 10^{-6}$ *сек*).

Для обеспечения полного сбора заряда на нагрузочной емкости постоянная времени RC выбирается существенно больше времени τ, т. е. практически интересным оказывается случай, когда в уравнении (4) $R \to \infty$. Тогда уравнение упрощается и принимает вид

$$\frac{dv}{dt} = \frac{i(t)}{C_0} \frac{1}{\left[1 + \lambda\left(1 - \frac{v}{U}\right)^{-a}\right]}. \qquad (5)$$

Разделяя переменные и интегрируя, получим

$$\int_0^{v_m} \left[1 + \lambda\left(1 - \frac{v}{U}\right)^{-a}\right] dv = \frac{1}{C_0}\int_0^{\infty} i(t)\,dt = \frac{Q}{C_0},$$

где v_m — амплитуда напряжения сигнала на нагрузке. Далее

$$\frac{Q}{C_0} = v_m + \lambda \int_0^{v_m} \left(1 - \frac{v}{U}\right)^{-a} dv = v_m + \frac{\lambda U}{1-a}\left[1 - \left(1 - \frac{v_m}{U}\right)^{1-a}\right],$$

$$Q = C_0 v_m \left\{1 + \frac{\lambda}{1-a}\frac{U}{v_m}\left[1 - \left(1 - \frac{v_m}{U}\right)^{1-a}\right]\right\}. \qquad (6)$$

Полученное выражение связывает амплитуду напряжения с величиной заряда. Для ламповых устройств, где $a = 0$, $Q = v_m(C_0 + C_{вх})$, т. е. обеспечивается линейное преобразование импульса тока в напряжение. Для полупроводниковых триодов $a \neq 0$ и преобразованию свойственна определенная нелинейность. Величину нелинейности η можно оценить следующим образом (при малых значениях нелинейности):

$$\eta \simeq 1 - \frac{Q}{v_m(C_0 + C_T)} = \frac{\lambda}{1+\lambda}\left\{1 - \frac{U}{v_m}\frac{1}{1-a}\left[1 - \left(1 - \frac{v_m}{U}\right)^{1-a}\right]\right\}. \qquad (7)$$

Отсюда видно, что нелинейность зависит от соотношений между сигналом и постоянным напряжением на переходе v_m/U, между емкостью триода и емкостью C_0, т. е. от величины λ, а также от типа триода (параметр a).

Рассмотрим случай малых сигналов, т. е. $v_m/U \ll 1$.

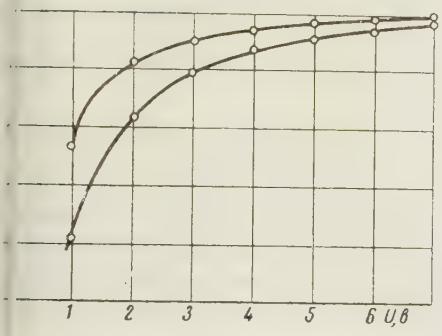


Рис. 3

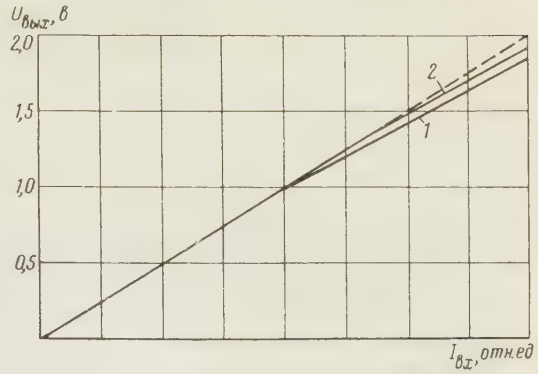


Рис. 4

Рис. 3. Зависимость амплитуды сигнала от напряжения на переходе

Рис. 4. Линейность преобразования импульса тока в импульс напряжения:
1 — триод П15; *2* — триод П403

Используя разложение в ряд, получим следующее выражение для нелинейности:

$$\eta \simeq \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{a}{2}\frac{v_m}{U} = \frac{C_T}{C_0+C_T}\frac{a}{2}\frac{v_m}{U}. \qquad (8)$$

Из уравнения (8) следует, что для дрейфовых триодов величина нелинейности оказывается меньшей, чем для сплавных триодов, как в силу меньшей величины a, так и, особенно, из-за меньших величин емкостей C_T по сравнению с емкостью фотоэлектронного умножителя и монтажа C_0.

Может представить интерес оценка величины нелинейности для серийных типов триодов. В таблице приведены значения C_T для ряда сплавных и дрейфовых триодов ($U = 5$ *в*).

Сплавные триоды				Дрейфовые триоды			
П13, П14, П15		П19		П401		П402, П403	
C_T, *пф*	a	C_T, *пф*	a	C_T, *пф*	a	C_T, *пф*	a
50	0,5	12	0,5	15	0,33	10	0,33

При $C_0 = 20$ *пф* линейность преобразования с точностью до 1% сохраняется при следующих максимальных амплитудах сигнала: для П13—П15 $v_m^{макс} = 0{,}3$*в*; для П401, П19 $v_m^{макс} = 0{,}5$—$0{,}6$ *в*; для П402, П403 $v_m^{макс} = 1$*в*.

Очевидно, что нелинейность будет возрастать при уменьшении напряжения питания и уменьшении напряжения на переходе база — коллектор.

Зависимость емкости перехода от напряжения, количественно выраженная формулой (3), помимо нелинейности преобразования приводит к зависимости импульса напряжения на выходе повторителя (при неизменном импульсе тока) от величины напряжения на переходе U.

Оценим относительную величину изменения сигнала dv_m/v_m при вариации напряжения на переходе U для случая малых сигналов:

$$v_m \simeq \frac{Q}{C_0+C_T}, \quad \frac{dv_m}{dU} \simeq -\frac{Q}{(C_T+C_0)^2}\frac{dC_T}{dU} = v_m\frac{1}{(C_T+C_0)}\frac{C_T}{U}a,$$

откуда

$$\frac{dv_m}{v_m} = \frac{C_T}{C_T+C_0}a\frac{dU}{U} = \frac{\lambda}{1+\lambda}a\frac{dU}{U}. \qquad (9)$$

Из выражения (9) видно, что нестабильность коэффициента передачи связана с нестабильностью напряжения на триоде; фактор пропорциональности $\frac{C_T}{C_T + C_0} a$ в зависимости от типа триода колеблется обычно в пределах 0,3—0,1.

Таким образом, при построении точных схем требуется стабилизация питания коллектора, что является существенным отличием от лампового катодного повторителя.

Следующим важным отличием полупроводниковых триодов от ламп является значительное изменение их параметров при изменении температуры окружающей среды. Это также сказывается на стабильности преобразования импульса тока в импульсе напряжения эмиттерным повторителем.

Как известно [1], изменение напряжения на переходе равно $\Delta U \simeq \simeq \Delta I_{к0} R_б$. Следовательно,

$$\frac{dc_m}{v_m} \simeq -\frac{C_T}{C_T + C_0} a \frac{dI_{к0}}{U / R_б}.$$

Для изменения величины сигнала на 1% величина $\frac{dI_{к0}}{U / R_б}$ может составить 0,03—0,1. Учитывая, что при температурах 50—60° С ток $I_{к0}$ может достигать значений порядка 50 *мка* (т. е. $dI_{к0} \simeq 5 \cdot 10^{-5}$ *а*), а $U \simeq 5$ *в*, получаем максимальное значение $R_б$, равное 10 *ком*.

При такой малой нагрузке не обеспечивается полный сбор заряда, что нежелательно. Полный сбор может быть достигнут или увеличением емкости C_0, что приводит к значительному уменьшению амплитуды сигнала на выходе, или же увеличением входного сопротивления по сигналу введением обратной связи при сохранении относительно малого сопротивления по постоянному току.

Приведенные выше оценки хорошо согласуются с результатами экспериментальной проверки, представленными на рис. 3 и 4.

На рис. 3 показана зависимость амплитуды выходного сигнала от напряжения на переходе при неизменном импульсе тока от фотоэлектронного умножителя. На рис. 4 представлена зависимость коэффициента преобразования импульса тока в импульс напряжения от амплитуды сигнала. Незначительные расхождения хода графиков с вычисленными значениями можно объяснить неточностью определения величины C_0 и C_T.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Ши, Полупроводниковые триоды и их применение, перев. с англ., ГЭИ, 1957.
2. В. Элмор, М. Сендс, Электроника в ядерной физике, перев. с англ., ИЛ, 1951.
3. Дж. Биркс, Сцинтилляционные счетчики, перев. с англ., ИЛ, 1955.
4. Ю. А. Каменецкий, Эквивалентные схемы кристаллических триодов, Сб. статей Полупроводниковые приборы и их применение, под ред. Я. А. Федотова, вып. II, Изд. Советское радио, 1957, стр. 78—141.

Поступила в редакцию
22 VIII 1960

1961 № 6

ЭЛЕКТРОННАЯ РЕГУЛИРОВКА ДЛИТЕЛЬНОСТИ ИМПУЛЬСА В *L*-ГЕНЕРАТОРЕ НА ПЛОСКОСТНОМ ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ ТРИОДЕ

Б. С. Мельников

На основе кусочно-линейной теории индуктивных релаксаторов показана возможность электронной регулировки длительности генерируемого импульса в 100 и более раз. Полученные расчетные соотношения описывают реальные процессы с точностью 10—15%.

ВВЕДЕНИЕ

L-генератор представляет собой релаксационный генератор с одним реактивным элементом — трансформатором. Благодаря конструктивной простоте, надежности, малым габаритам и высокому коэффициенту полезного действия *L*-генератор получил широкое распространение как формирователь импульсов, генератор линейно изменяющегося тока, преобразователь постоянного напряжения [2, 3].

В связи с возможностью электронной регулировки длительности генерируемого импульса, *L*-генератор может быть использован как генератор задержки и модулятор длительности импульса.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ РАССМОТРЕНИЕ

Для анализа *L*-генератора воспользуемся кусочно-линейной теорией блокинг-генератора, описывающей поведение его во время формирования вершины импульса [1]. По этой теории полупроводниковый триод в режиме формирования вершины импульса описывается уравнением состояния, которое связывает функционально ток базы с напряжением на базе и током коллектора:

$$I_б = \frac{1}{R_{бн}}(U_б - U_{б0} - R_{пр} I_к), \qquad (1)$$

где $R_{бн} = \partial U_б/\partial I_б$ в режиме насыщения; $R_{пр} = \partial U_б/\partial I_к$ в режиме усиления; $U_{б0}$ — параметр, определяемый из линеаризованных характеристик $I_б = f(U_б, I_к)$.

Следует заметить, что предлагаемая теория справедлива только для такого режима *L*-генератора, когда скорость изменения базового тока, определяемого дифференциальными уравнениями рассматриваемой системы, меньше скорости рекомбинации неосновных носителей у коллекторного перехода, т. е. тогда, когда инерционность насыщенного транзистора можно не учитывать.

Принципиальная схема *L*-генератора изображена на рис. 1.

Для составления исходных уравнений воспользуемся эквивалентной схемой, приведенной к цепи базы, как показано на рис. 2.

$$\begin{gathered} nI_к = I_б + I_н, \\ \frac{E-U}{n} = L\frac{dI_н}{dt}, \\ \frac{E-U}{n} = R_б I_б + U_б + E_б, \qquad (2) \\ U = I_к R_г, \\ I_б = \frac{1}{R_{бн}}(U_б - U_{б0} - I_к R_{пр}). \end{gathered}$$

Здесь L — индуктивность намагничивания; $R_к$ — сумма сопротивления нагрузки ($R_{ко}$) и сопротивления коллекторной обмотки трансформатора; $R_б$ — сопротивление базовой обмотки трансформатора; n — коэффициент трансформации; E — напряжение коллекторного источника питания; $E_б$ — напряжение смещения.

Решая систему (2) относительно $I_к$ и $I_б$, получим

$$I_к = \frac{E}{R_к}\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) + \frac{E - n\left(U_{б0} + E_б\right) + nI_0\left(R_{бн} + R_б\right)}{R_к + nR_{пр} + n^2\left(R_{бн} + R_б\right)} e^{-\frac{t}{T}}, \tag{3}$$

$$I_б = \frac{ER_{пр} + \left(U_{б0} + E_б\right)R_к}{R_к\left(R_{бн} + R_б\right)}\left(e^{-\frac{t}{T}} - 1\right) +$$

$$+ \frac{n\left\{E - n\left(U_{б0} + E_б\right)\right\} - I_0\left(nR_{пр} + R_к\right)}{R_к + nR_{пр} + n^2\left(R_{бн} + R_б\right)} e^{-\frac{t}{T}}, \tag{4}$$

где

$$T = L\frac{R_к + nR_{пр} + n^2\left(R_{бн} + R_б\right)}{R_к\left(R_{бн} + R_б\right)};$$

I_0 — нулевой ток в индуктивности намагничивания, равный току, протекающему по базовой обмотке трансформатора в момент, соответствующий началу генерируемого импульса. Длительность генерируемого импульса согласно[1] можно определить из выражения

$$I_б(\tau)\beta'\left[I_к(\tau)\right] = I_к(\tau), \tag{5}$$

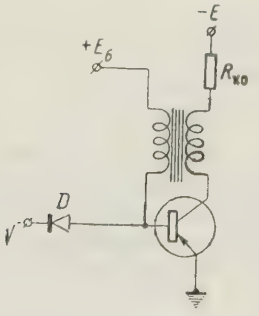


Рис. 1. Принципиальная схема L-генератора

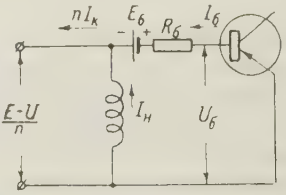


Рис. 2. Эквивалентная схема базовой цепи L-генератора

где β' — соотношение между коллекторным и базовым токами в момент окончания генерации вершины импульса.

Положим для простоты, что β' в рабочем пределе изменения коллекторного тока постоянно, т. е. $\partial\beta'/\partial I_к = 0$; тогда совместное решение (3), (4) и (5) приводит к выражению для длительности генерируемого импульса

$$\tau = \frac{LR_\Sigma}{R'_б R_к}\ln\left\{\frac{E\left[\frac{R_{пр}}{R_к} + \frac{nR'_б}{R_\Sigma} + \frac{nR'_б\left(R_{пр} + nR'_б\right)}{\beta' R_к R_\Sigma}\right]}{E'_б + \frac{E}{R_к}\left(R_{пр} + \frac{R'_б}{\beta}\right)} + \right.$$

$$\left. + \frac{E'_б\left[1 - \frac{n^2 R'_б}{R_\Sigma} + \frac{nR'_б}{\beta' R_к R_\Sigma}\right] - I_0\left[\frac{R'_б\left(nR_{пр} + R_к\right)}{R_\Sigma} + \frac{R'_б}{\beta' R_к R_\Sigma}\right]}{E'_б + \frac{E}{R_к}\left(R_{пр} + \frac{R'_б}{\beta}\right)}\right\}, \tag{6}$$

де

$$R_\Sigma = R_к + nR_{пр} + n^2(R_{бн} + R_б);$$
$$R'_б = R_{бн} + R_б; \quad E'_б = U_{б0} + E_б.$$

Экспериментально установлено, что при работе L-генератора в режиме амовозбуждения скважность генерируемых импульсов получается небольшой (1,2—1,5), поэтому справедливо считать, что в ждущем режиме ри скважности более 2 успевает произойти полное восстановление схемы, то в нашем случае соответствует $_0 = 0$. Кроме последнего замечания прощению (6) будут способствовать ледующие неравенства, пригодные ля ряда практических случаев: $' \gg 1$ (для реальных транзисто ов $\beta' = 15—20$); $R_к \gg R_{бн} + R_б$; $R_к \gg R_{пр}$.

Тип триода	$E_{б\ макс}$, в	$U_{б0}$, в	$\frac{\tau_{макс}}{\tau_{мин}}$
П401—403	2	0,32	6,5
П13—15	10	0,2	50
П4	20	0,13	150

Нетрудно видеть, что выражение, стоящее под знаком логарифма, близко к единице, поэтому справедлива замена логарифма первым членом его разложения в степенной ряд. После несложных преобразований значение длительности генерируемого импульса будет выражаться соотношением

$$\tau = \frac{L}{R_к} \frac{nE}{U_{б0} + E_б}. \qquad (7)$$

Выражение (7) показывает, что длительность генерируемого импульса в первом приближении определяется параметрами внешних цепей и от параметров полупроводникового триода почти не зависит.

Максимально возможная модуляция длительности импульса определяется оптимальным выбором параметров L-генератора ($R_к$ и n) и возможным изменением напряжения смещения $E_б$.

Минимальная величина длительности импульса соответствует максимально допустимой величине напряжения на базе триода $E_{б\ макс}$, а поскольку обычно $E_{б\ макс} \gg U_{б0}$, то

$$\tau_{мин} = \frac{LnE}{R_к E_{б\ макс}}. \qquad (8)$$

Максимальная величина длительности импульса получается в отсутствие напряжения смещения ($E_б = 0$) и определяется параметрами схемы $R_к$, n и E. Подставив $E_б = 0$ в (6) и учитывая, что в реальных схемах $\beta' \gg 1$, определим $\tau_{макс}/\tau_{мин}$:

$$\frac{\tau_{макс}}{\tau_{мин}} = \frac{R_\Sigma E_{б\ макс}}{R'_б nE} \ln \frac{E\left(\frac{R_{пр}}{R_к} + \frac{nR'_б}{R_\Sigma}\right) + U_{б0}\left(1 - \frac{n^2 R'_б}{R_\Sigma}\right) - I_0 \frac{R'_б(nR_{пр} + R_к)}{R_\Sigma}}{U_{б0} + \frac{E}{R_к} R_{пр}}. \qquad (9)$$

Поскольку n и E ограничены, наибольший интерес представляет зависимость $\tau_{макс}/\tau_{мин} = f(R_к)$.

Нетрудно показать, что выражение (9) представляет монотонно возрастающую от $R_к$ функцию, имеющую предел при $R_к \to \infty$:

$$\left[\frac{\tau_{макс}}{\tau_{мин}}\right]_{макс} = \frac{(E - nU_{б0})E_{б\ макс}}{EU_{б0}}. \qquad (10)$$

Для реальных триодов $E \gg nU_{б0}$, поэтому

$$\left[\frac{\tau_{макс}}{\tau_{мин}}\right]_{макс} \simeq \frac{E_{б\ макс}}{U_{б0}}. \qquad (11)$$

В таблице приведены данные, иллюстрирующие модуляционную способность L-генераторов, в которых работают различные триоды.

Как видно из таблицы, при конструировании L-генераторов с максимальной модуляционной способностью следует применять диффузионные триоды с большим допустимым напряжением на эмиттерном переходе.

В реальных схемах значение $\tau_{макс}/\tau_{мин}$ меньше указанного в таблице, что определяется в основном тем, что сопротивление нагрузки коллектора $R_к$ не может быть больше определенной величины из-за возможности срыва генерации.

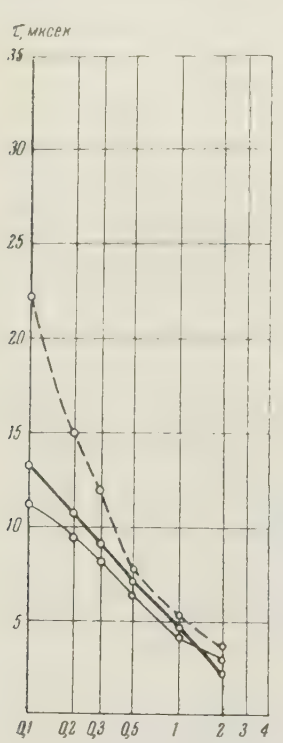


Рис. 3. Модуляционная характеристика, $R_к = 1$ ком

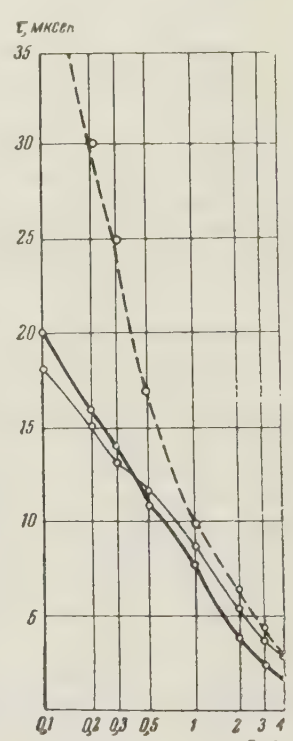


Рис. 4. Модуляционная характеристика, $R_к$=0,5 ком

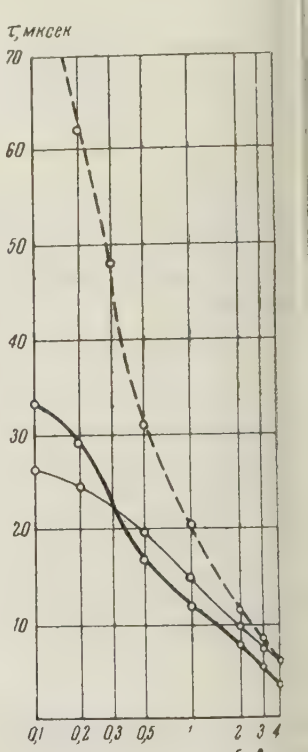


Рис. 5. Модуляционная характеристика, $R_к$=0,25 ком

Кроме того, уменьшение $\tau_{макс}/\tau_{мин}$ может происходить из-за неправильного выбора параметров схемы, когда уменьшение длительности генерируемого импульса ограничивается частотными свойствами транзистора.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для проверки правильности теоретических соотношений были сняты модуляционные характеристики L-генератора, собранного на полупроводниковом триоде типа П14 с параметрами: $R_{пр} = 8{,}2$ ом, $R_{бн} = 33{,}5$ ом, $U_{б0} = 0{,}2$ в, $\beta' = 15$.

Параметры схемы имели следующие величины: $L = 620$ мкгн; $E = 10$ в, $R_к = 1$; 0,5; 0,25 ком.

Для сравнения экспериментальных и теоретических зависимостей приведены графики рис. 3, 4, 5. Теоретические зависимости построены по точной (6) (сплошные кривые) и приближенной (7) (пунктирные кривые) формулам. Для удобства сравнения графики построены в полулогарифмическом масштабе. Сравнение экспериментальных (жирные кривые) и те

ретических кривых показывает, что точная формула длительности генерируемого импульса (6) дает погрешность не более 10—20%, в то время как приближенная формула (7) обеспечивает хорошее совпадение лишь при достаточно больших напряжениях смещения $E_б$.

ВЫВОДЫ

Электронную регулировку длительности импульса рационально производить в L-генераторах, собранных на диффузионных триодах.

Для обычных схем перекрытие по длительности получается порядка 10, для специальных схем ($R_к \gg R_{бп}$), использующих триоды с большим допустимым напряжением на эмиттерном переходе, перекрытие может достигать 100 и более.

Полученные теоретические соотношения с достаточной для практики точностью определяют как модуляционные способности реальных L-генераторов, так и длительность генерируемых импульсов. Поэтому изложенным методом анализа можно пользоваться не только для расчета генераторов задержки и модуляторов, но и формирователей прямоугольных импульсов, особенно, если последние работают в ждущем режиме, когда напряжение смещения достаточно велико.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. С. Мельников, Формирование вершины импульса в блокинг-генераторе на плоскостном полупроводниковом триоде, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 2, 323.
2. Ю. М. Азьян, Г. Н. Берестовский, Л. Н. Капцов, К. С. Ржевкин, К. Я. Сенаторов, Полупроводниковые триоды в регенеративных схемах, ГЭИ, 1959.
3. Полупроводниковые триоды и их применение, под ред. Я. А. Федотова, Изд. Советское радио, 1960.

Поступила в редакцию
3 V 1960

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ЧАСТОТЫ МОЛЕКУЛЯРНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ ОТ РАЗЛИЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ Ч. II. ЛИНИЯ $J = 3$, $K = 3$

Н. Г. Басов, Г. М. Страховский, И. В. Черемискин

Экспериментально исследована зависимость частоты молекулярного генератора (линия $J = 3$, $K = 3$ $N^{14}H_3$) от настройки резонатора, напряжения на квадрупольном конденсаторе и давления в источнике молекулярного пучка.

Рекомендован метод настройки частоты молекулярного генератора по уравниванию минимумов (или максимумов) на кривой зависимости частоты колебаний молекулярного генератора от давления в источнике молекулярного пучка. Воспроизводимость частоты генератора с одним пучком при настройке подобным методом составляет $\sim 5 \cdot 10^{-10}$.

ВВЕДЕНИЕ

В статье описаны экспериментальные исследования зависимости частоты молекулярного генератора на линии $J = 3$, $K = 3$ аммиака $N^{14}H_3$ от настройки резонатора, напряжения на квадрупольном конденсаторе и давления в источнике пучка. Такие исследования необходимы для анализа точности настройки, стабильности частоты молекулярного генератора, используемого в качестве эталона частоты, и для сравнения эксперимента с теорией.

Первые исследования зависимости частоты и мощности колебаний молекулярного генератора опубликованы в работах [1, 2, 3]. Однако приведенные в этих работах графики недостаточно подробны, что не позволяет судить о достижимой точности настройки генераторов и провести сравнение теории с экспериментом. В работе [4] приведены представляющие теоретический интерес характеристики молекулярных генераторов с резонаторами, в которых возбуждаются типы колебаний E_{011} и E_{012}. Эти типы колебаний затрудняют практическое использование молекулярных генераторов из-за сильного влияния эффекта Допплера. Сравнение полученных нами характеристик с теорией, изложенной в предыдущей работе [5], показывает хорошее совпадение теории с экспериментом, и анализ этих характеристик позволяет провести достаточно полный анализ работы молекулярных генераторов.

1. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Общий вид молекулярного генератора на линии *3,3* показан на рис. 1. Источник молекулярного пучка, квадрупольный конденсатор и резонатор устанавливались на одной станине и тщательной юстировкой достигалась их соосность.

Источник пучка молекул представляет собой камеру объемом в несколько десятков кубических сантиметров, в которую поступает аммиак через натекатель с плавной регулировкой. Пучок формируется сеткой, имеющей квадратные отверстия 0,05 × 0,05 *мм*, с коэффициентом заполнения (прозрачность), равным 0,25. Толщина сетки 0,05 *мм*. Диаметр выходящего пучка равен 6 *мм*. Давление газа в источнике пучка измерялось при помощи вакуумметра ВТ-2; манометрическая лампа ЛТ-4 соединялась непосредственно с камерой источника (рис. 2).

Между источником пучка и квадрупольным конденсатором устанавливалась диафрагма, охлаждаемая жидким азотом, которая вырезала сравнительно узкий пучок молекул. Чтобы продлить срок непрерывной работы генератора, диафрагму можно было вращать для смены отверстий, которые затягивались намерзающим аммиаком примерно за 3—5 *час*. Использовался также источник в виде одиночного канала диаметром 1—2 *мм* и длиной 10 *мм*. В этом случае генератор хорошо работал и без охлаждаемой диафрагмы.

Квадрупольный конденсатор имел длину 150 *мм* и зазор между пластинами 2 *мм*. Отсортированный пучок молекул попадал в резонатор длиной 80 *мм* с типом колебаний E_{010}. Добротность резонаторов из инвара с внутренним серебрением составляла 6000—8000. Перестройка резонатора на несколько мегагерц осуществлялась при помощи стержня диа-

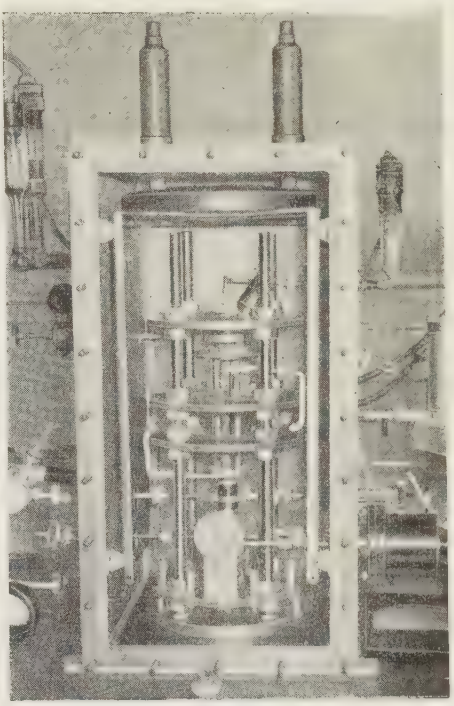


Рис. 1. Молекулярный генератор с одним пучком молекул $N^{14}H_3$ на линии $J = 3$, $K = 3$ (передняя крышка снята)

метром 2 *мм*, ввинчиваемого через боковую стенку резонатора на глубину до 1 *мм*; добротность резонатора при этом почти не изменялась. Перемещение стержня на 0,1 *мм* (10 делений по лимбу) изменяло резонансную частоту резонатора примерно на 0,5 *Мгц* и смещало частоту генерации в среднем на 1000 *гц*.

Температура резонатора поддерживалась термостатом с точностью до 0,01° С. Изменение температуры на 0,01° С изменяло частоту молекулярного генератора на 1 *гц*. Изменение частоты и мощности генерации при перестройке резонатора показано на рис. 3.

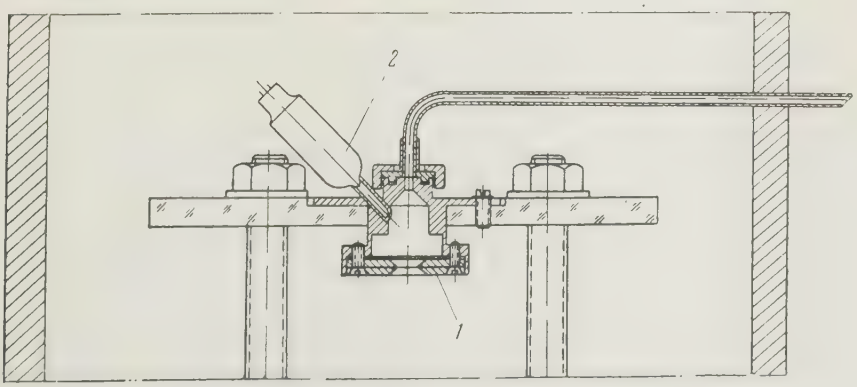


Рис. 2. Источник молекулярного пучка *1* и манометрическая лампа *2*

Измерение ухода частоты молекулярного генератора при изменении его параметров осуществлялось сравнением со вторым генератором, частота которого поддерживалась постоянной с точностью 2—5 *гц*. Одновременно измерялось изменение мощности в относительных единицах. Блок-схема установки для таких измерений показана на рис. 4. По этой схеме частоты трех молекулярных генераторов можно было сравнивать попарно: № 1 с № 2 и № 3 с № 2. Колебания генераторов, например № 3 и № 2, разнящиеся между собой на несколько сот герц, смешиваются в гибридном кольце, являющемся одновременно хорошей развязкой, и поступают во второе гибридное кольцо, являющееся балансным смесителем, куда подается мощность гетеродинного клистрона 5, настроенного на частоту 23 830 *Мгц* (т. е. на 40 *Мгц* ниже частоты генерации молекулярного генератора). После балансного смесителя мощность поступает далее в усилитель промежуточной частоты 40 *Мгц* с полосой пропускания

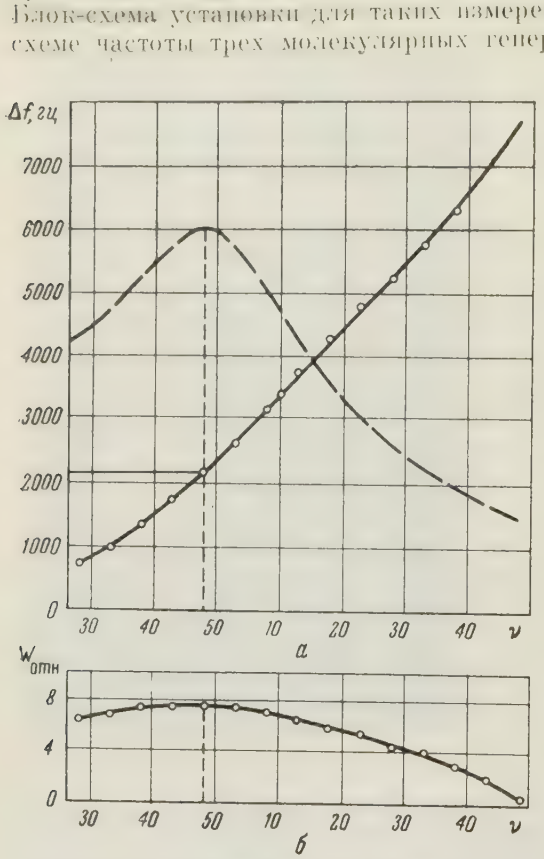


Рис. 3. Зависимость частоты (*а*) и относительной мощности (*б*) молекулярного генератора № 3 от положения лимба винта настройки резонатора

2 *Мгц* и коэффициентом усиления 10 000. Гетеродинный клистрон стабилизирован по частоте до ~ 50 *кгц*. После второго детектора на выходе УПЧ сигнал, частота которого равна разности Δf частот колебаний молекулярных генераторов № 3 и 2, поступает на вход осциллографа ЭО-7; одновременно на вход усилителя горизонтального отклонения луча осциллографа подается сигнал звукового генератора ЗГ-12 и частота Δf измеряется по методу фигур Лиссажу. Одновременно частота Δf может измеряться с точностью до 1 *гц* измерителем частот ИЧ, построенным по схеме пересчетных ячеек [6], в котором интервал времени задается кварцованным генератором. Относительное изменение мощности измерялось одновременно с измерением частоты путем ответвления части мощности из резонатора и усиления ее узкополосным УПЧ (полоса 70 *кгц*) с двойным преобразованием частоты. Усилитель градуировался при помощи вспомогательного клистрона и калиброванного аттенюатора. Блок-схема этого устройства показана на рис. 4.

2. ХАРАКТЕРИСТИКИ МОЛЕКУЛЯРНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

При помощи описанной выше установки были сняты три серии графиков.

1. Изменение амплитуды (мощности) W и частоты генерации Δf в зависимости от изменения давления p в источнике пучка при различных фиксированных расстройках ν резонатора и напряжения U на квадрупольном конденсаторе: $W = f(p)_{\nu, U}$; $\Delta f = f(p)_{\nu, U}$ (рис. 5, 6).

2. Изменение амплитуды (мощности) и частоты генератора в зависимости от напряжения при различных фиксированных давлениях и расстройках резонатора: $W = f(U)_{p,\nu}$; $\Delta f = f(U)_{p,\nu}$ (рис. 7, 8, 9).

3. Изменение амплитуды (мощности) и частоты генерации при изменении настройки резонатора: $W = f(\nu)_{p,U}$; $\Delta f = f(\nu)_{p,U}$ при фиксированных давлении и напряжении на квадрупольном конденсаторе (рис. 3).

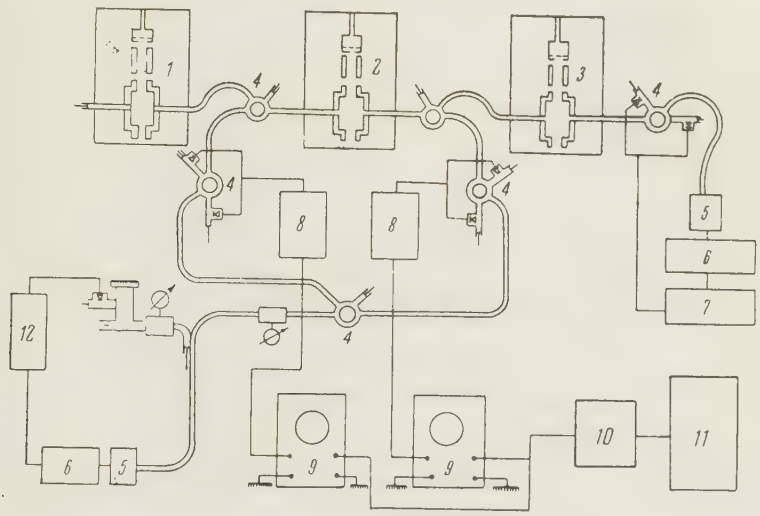


Рис. 4. Блок-схема измерения частоты молекулярного генератора на линии $J = 3$, $K = 3$:

1, *2*, *3* — молекулярные генераторы № 1, 2, 3; *4*— гибридные кольца— балансные смесители; *5* — местный гетеродин на клистроне; *6* — питание клистрона; *7* — усилитель промежуточной частоты и осциллограф; *8* — усилители промежуточной частоты и вторые детекторы; *9*— осциллографы; *10*—генератор звуковой частоты; *11* — измеритель частоты; *12* — усилитель частоты 75 *кгц* и дискриминатор

При снятии характеристик молекулярных генераторов наблюдалась генерация в отсутствие напряжения на квадрупольном конденсаторе. По-видимому, этот эффект аналогичен «странной» генерации, наблюдавшейся в [2, 3]. Кроме того, было замечено, что при намерзании на диафрагме большого количества аммиака молекулярный генератор продолжает генерировать при закрытом натекателе. Видимо, часть молекул, испаряющихся с диафрагмы, сортируется квадрупольным конденсатором и попадает в резонатор.

3. СРАВНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Выше приведены экспериментальные кривые зависимости частоты колебаний молекулярного генератора от давления в источнике молекулярного пучка, напряжения на квадрупольном конденсаторе и частоты резонатора. На рис. 3, 4 в I части работы [5] приведены кривые, полученные в результате теоретического расчета. Сравнение экспериментальных кривых с расчетными показывает, что они качественно совпадают. Количественное сопоставление теории с экспериментом затруднено следующим обстоятельством: как указано в части I, теоретические кривые вычислены как функция параметра $\gamma = \frac{d^2\mathscr{E}^2}{\hbar^2}\overline{\theta^2}$, пропорционального мощности молекулярного генератора. Мощность же пропорциональна давлению лишь при малых давлениях в источнике молекулярного пучка. При больших

давлениях — это сложная функция давления, которую вряд ли можно вычислить теоретически. Экспериментально также трудно провести абсолютные измерения мощности с достаточной степенью точности. Поэтому для качественного сравнения теоретических кривых с экспериментальными была измерена относительная зависимость мощности молекулярного генератора, использующего линию $J = 3$, $K = 3$, от давления, которая

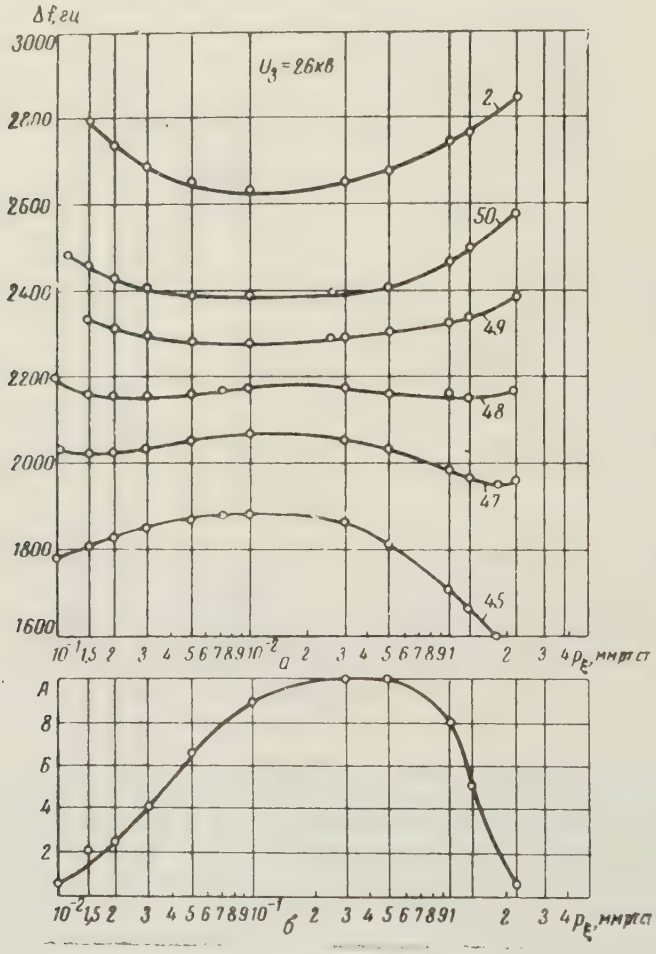
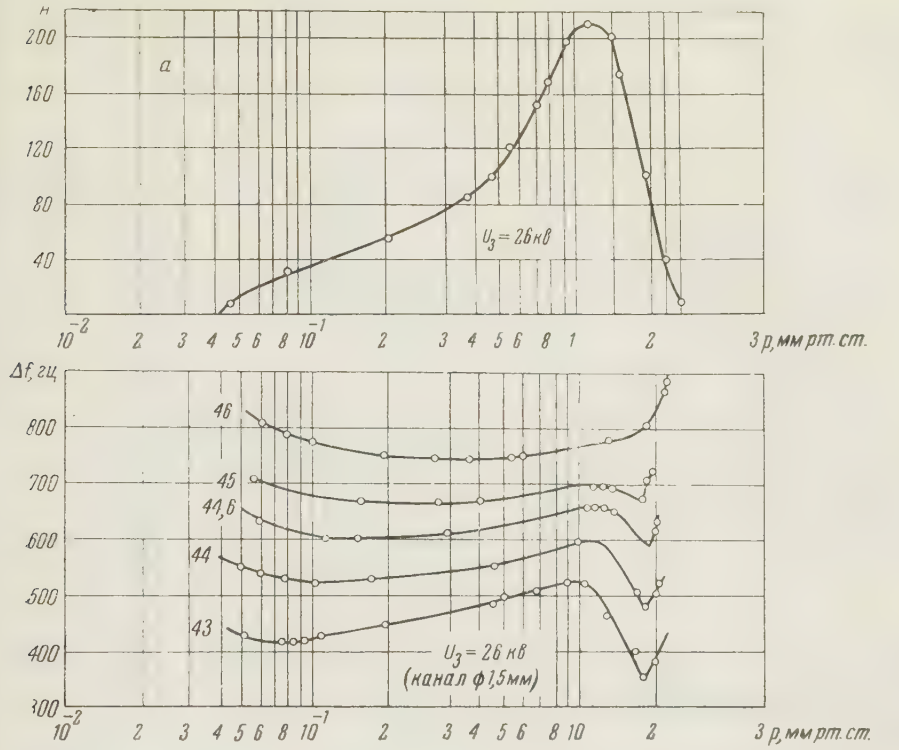


Рис. 5. Изменение частоты (*а*) и относительной мощности (*б*) молекулярного генератора № 3 при изменении давления в источнике молекулярного пучка для различных величин расстройки (расстройка дана в делениях лимба)

и использовалась при построении расчетных графиков. Следует обратить внимание на то обстоятельство, что при малых расстройках между частотой резонатора и спектральной линией экспериментальные кривые имеют несколько более сложную зависимость частоты от давления, чем теоретические, без учета эффекта III — неравномерности излучения молекул вдоль резонатора (см. [5]).

При малых расстройках четко проявляются четыре различных значения давления, при которых частота молекулярного генератора одна и та же (см. рис. 5, 6). Аналогичный характер имеет зависимость частоты молекулярного генератора от давления при использовании источника пучка с одиночным каналом, однако второй минимум частоты и макси-



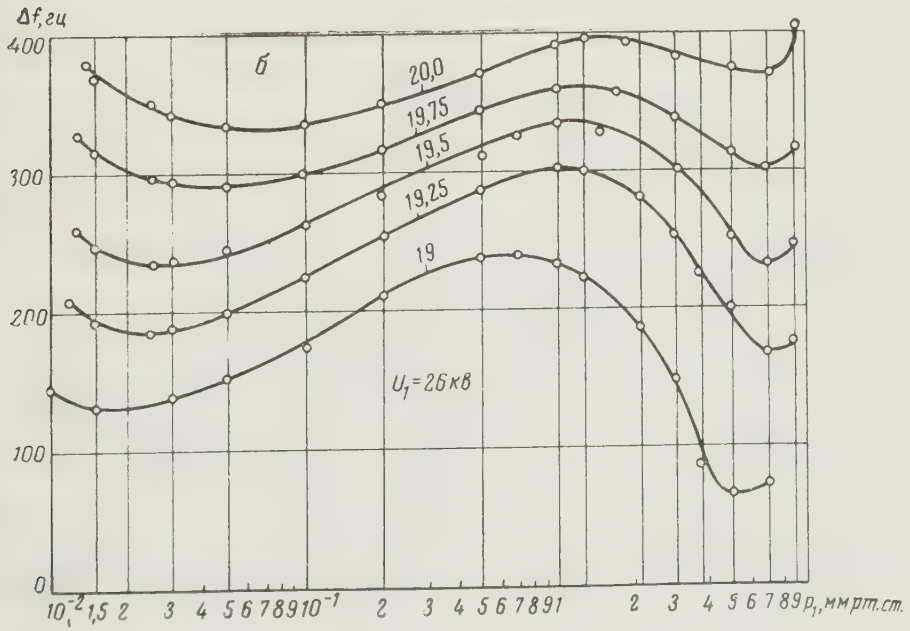


Рис. 6.

а — изменение частоты и относительной мощности молекулярного генератора от давления при использовании источника пучка с одиночным каналом; *б* — зависимость частоты молекулярного генератора № 1 от давления в источнике пучка. Более подробно исследована область малых расстроек

мум амплитуды генерации сдвигаются в область больших давлений (см. рис. 6,*а*). Это объясняется, по-видимому, тем, что при малых $(\nu_р - \nu_л)/\nu_л$, когда член $\frac{Q}{Q_л}\frac{\nu_р - \nu_л}{\nu_л}G$ мал, зависимость частоты колебаний молекулярного генератора определяется эффектом III (см. [5]).

Максимальное изменение частоты из-за эффекта III при изменении давления во всем диапазоне от возникновения до срыва колебаний молекулярного генератора с одним пучком составляет 100 *гц*. Следует также заметить, что величина эффекта III зависит от глубины погружения подстроечного стержня резонатора; этот эффект сказывается тем больше, чем глубже входит стержень в резонатор, как это видно из сравнения рис. 5 и 6. В резонатор молекулярного генератора № 1 стержень входит глубже, чем в резонатор генератора № 3.

Рассмотрение экспериментальных кривых, иллюстрирующих зависимость частоты генерации от параметров молекулярного генер тора, позволяет оценить максимально возможную длительную относительную стабильность колебаний на линии $J=3$, $K=3$. Из рис. 5, 6 следует, что изменение давления от $1{,}5\cdot10^{-2}$ до $5\cdot10^{-2}$ *мм* рт. ст. приводит к изменению частоты на ~ 15 *гц*. Изменение напряжения на квадрупольном конденсаторе (см. рис. 7, 8, 9) на 1 *кв* изменяет частоту на ~ 5 *гц*. Инваровый ре-

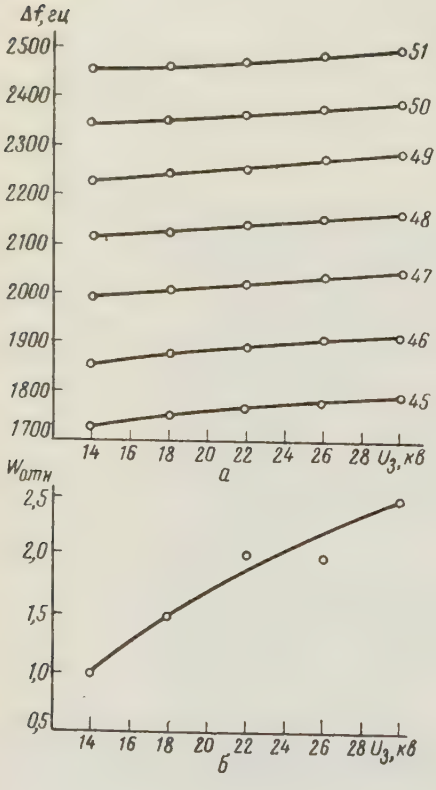


Рис. 7

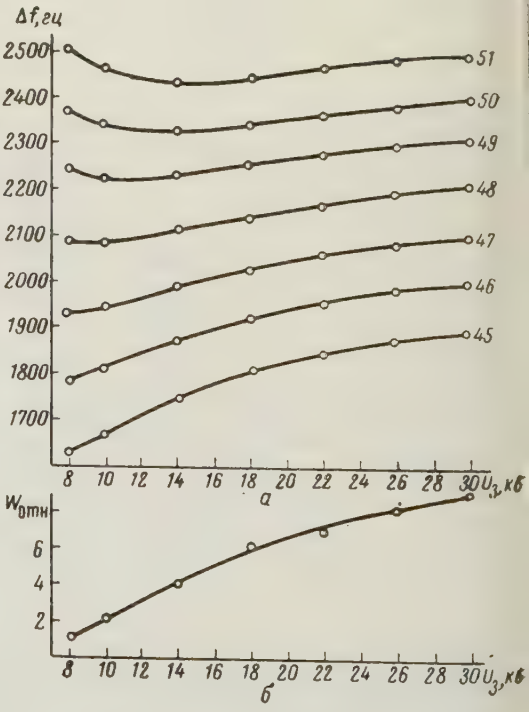


Рис. 8

Рис. 7. Изменение частоты (*а*) и относительной мощности (*б*) молекулярного генератора № 3 при изменении напряжения на квадрупольном конденсаторе для различных величин расстройки при давлении в источнике молекулярного пучка $p = 1{,}5\cdot10^{-2}$ *мм* рт. ст.

Рис. 8. Изменение частоты (*а*) и относительной мощности (*б*) молекулярного генератора № 3 при $p = 1\cdot10^{-1}$ *мм* рт. ст.

зонатор при изменении температуры на 1° С меняет частоту молекулярного генератора на ~ 100 *гц*. Таким образом, если давление в источнике молекулярного пучка стабилизировано с точностью до $\sim 1\%$, напряжение на квадрупольном конденсаторе до ~0,2% и температуру инварового резонатора термостат поддерживает с точностью до $\sim 0{,}002°$ С, то может быть достигнута длительная стабильность частоты молекулярного генератора $\Delta f/f \cong 10^{-11}$. Для устранения при этом взаимного затягивания частоты двух молекулярных генераторов и исключения влияния на их частоту волноводной системы необходимо применять достаточно хорошие развязки.

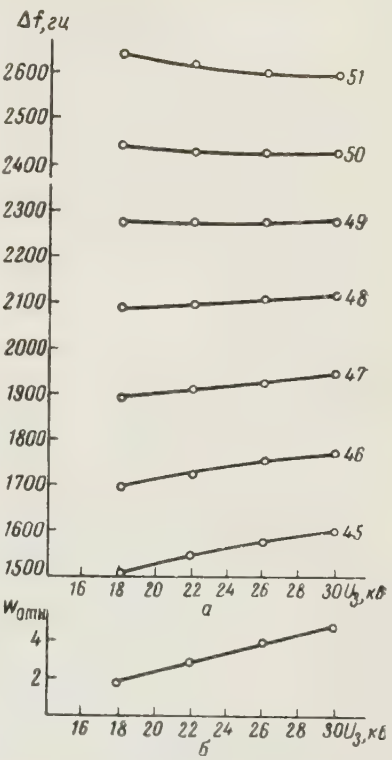


Рис. 9. Изменение частоты (*а*) и относительной мощности (*б*) молекулярного генератора № 3 при $p = 1$ *мм* рт. ст.

4. НАСТРОЙКА ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ МОЛЕКУЛЯРНОГО ГЕНЕРАТОРА ИЗМЕНЕНИЕМ ДАВЛЕНИЯ

Как видно из рис. 5, 6, 7, 8, 9, давление более сильно меняет частоту колебаний молекулярного генератора, чем напряжение. Поэтому в ряде работ [1, 7, 8] изменение частоты колебаний молекулярного генератора от давления предлагалось использовать для настройки частоты резонатора. При такой настройке разным значениям давления будет соответствовать различная частота колебаний генератора ввиду неоднозначности условия $(\partial f/\partial p)_{v,U} = 0$ при малых расстройках и воспроизводимость

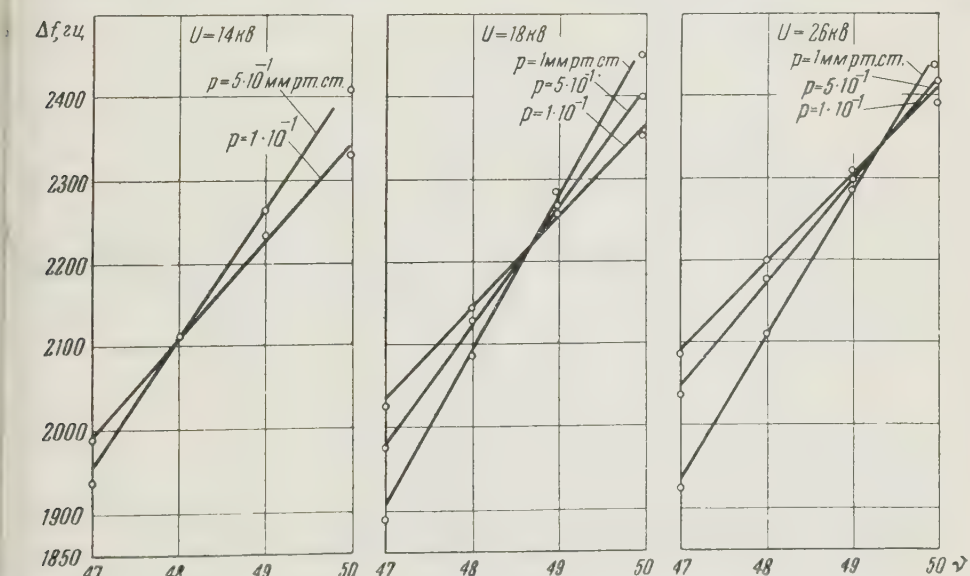


Рис. 10. Смещение пересечения кривых зависимости частоты от расстройки для различных давлений в источнике молекулярного пучка при изменении напряжения на квадрупольном конденсаторе

частоты колебаний молекулярного генератора достигает примерно 10^{-8}. Частота настройки также в сильной степени зависит от напряжения, что демонстрирует рис. 10. Отметим, что при нашей конструкции молекулярного генератора рабочий диапазон давлений в источнике молекулярного пучка (см. рис. 5, 6) мог изменяться от $1 \cdot 10^{-2}$ до 1 *мм* рт. ст. Хотя частота колебаний молекулярного генератора меньше зависит от изменения напряжения, чем от давления, этот эффект также можно использовать для настройки частоты колебаний на частоту спектральной линии. Как это следует из экспериментальных (рис. 5, 6, 7, 8, 9) и теоретических данных, целесообразно работать при напряжениях выше 20—25 *кв*. Вообще говоря, точка настройки частоты по изменению напряжения не совпадает с точкой настройки по давлению. Это различие можно объяснить следующим образом: из формулы (6) (см. [5])

$$\nu = \nu_{л}\left[1 + \frac{Q}{Q_{л}}\frac{\nu_{р} - \nu_{л}}{\nu_{л}} G(\gamma) + \Delta\right]$$

видно, что напряжение и давление по-разному влияют на частоту спектральной линии. В то время как давление изменяет в основном $G(\gamma)$ и незначительно меняет Δ (из-за эффекта насыщения), напряжение достаточно сильно изменяет как первый, так и второй члены. При помощи модуляции напряжения трудно получить абсолютную точность настройки молекулярного генератора, лучшую, чем 10^{-8}.

Кроме указанных методов возможна настройка частоты молекулярного генератора на спектральную линию по методу уравнивания минимумов (или максимумов) на кривой зависимости частоты колебаний от давления. При этом методе, как показали эксперименты, молекулярный генератор с одним пучком, использующим линию $J = 3$, $K = 3$, можно настроить по уравниванию минимумов частоты, как функции давления (рис. 5, 6), с точностью, более высокой, чем при использовании модуляции давления или напряжения. На рис. 6,*б* генератор № 1 настроен таким образом при положении лимба 19,5, в то время как минимумы на кривой зависимости частоты генератора от давления при положениях лимба 19,25 и 19,75 разнятся не более чем на 10 *гц*. Настройка ведется при фиксированном напряжении на квадрупольном конденсаторе. Воспроизводимость частоты двух генераторов при настройке указанным способом составляет $\sim 5 \cdot 10^{-10}$.

Анализ теоретических и экспериментальных кривых позволяет сделать вывод, что применение двух встречных пучков на линии $J = 3$, $K = 3$ может повысить точность настройки молекулярного генератора благодаря компенсации эффекта III. Однако частота спектральной линии зависит от насыщения неразрешенных компонент сверхтонкой структуры, составляющих спектральную линию (см. [5], зависимость Δ от γ, рис. 3). Наличие сверхтонкой структуры и в этом случае затруднит настройку частоты колебаний с точностью, более высокой, чем $5 \cdot 10^{-10}$; поэтому для повышения абсолютной стабильности молекулярного генератора следует использовать линии аммиака, не обладающие сверхтонкой структурой, например линию $J = 3$, $K = 2$ $N^{14}H_3$ или линии $N^{15}H_3$.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. C. Helmer, J. Appl. Phys., 1957, **28**, 212.
2. K. Shimoda, J. Phys. Soc. Japan, 1957, **12**, 1006.
3. K. Shimoda, J. Phys. Soc. Japan, 1958, **13**, 939.
4. F. Barnes, Proc. I. R. E., 1959, **47**, 2085.
5. Н. Г. Басов, А. В. Никитин, А. Н. Ораевский, Радиотехника и электроника, 1961, **6**, 5, 796.
6. И. Д. Мурин, Изв. вузов МВО СССР (Радиотехника), 1957, 5, 555.
7. Н. Г. Басов, Докторск. диссертация, 1956.
8. K. Shimoda, T. C. Wang, C. H. Tawnes, Phys. Rev., 1956, **102**, 1306.

Поступила в редакцию
17 VI 1960

К ВОПРОСУ ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

Н. В. Карлов

Известно, что для эффективного использования замедляющих систем необходимо применять такие системы, в которых плотность энергии бегущей волны резко увеличивается по сравнению со случаем обычного волноводного распространения. Это увеличение плотности энергии принято характеризовать величиной уменьшения в замедляющей системе групповой скорости бегущей волны. Известные методы [1,2] измерения групповой скорости сложны и, кроме того, сама по себе величина групповой скорости не может полностью характеризовать замедляющую систему. Дело в том, что нас интересует плотность энергии бегущей волны, а она зависит не только от групповой, но и от фазовой скорости [3].

Прямым методом определения степени увеличения плотности высокочастотной энергии в исследуемой замедляющей системе является применение свободного радикала α = α-дифенил-β-β-пикрил-гидразила (ДФПГ). Очевидно, что отношение величин линий электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) для одного и того же образца ДФПГ, помещаемого в замедляющую систему или в подводящий фидер, определяется отношением соответствующих плотностей высокочастотной магнитной энергии.

В том случае, если и в фидере и в системе высокочастотные магнитные поля имеют одинаковое распределение, отношение величин линий ЭПР однозначно определяет отношение групповых скоростей. В этом случае при квадратичном детектировании величина линий ЭПР обратно пропорциональна соответствующей групповой скорости. Целесообразно отметить, что распределение магнитных полей в исследуемой системе можно легко определить экспериментально путем перемещения образца ДФПГ и измерения величин сигнала от линий ЭПР. Знание распределения магнитных полей может способствовать выяснению распределения электрических полей.

Кроме определения степени концентрации электромагнитной энергии в замедляющей системе и ее распределения в системе, применение ДФПГ дает возможность определить конфигурацию магнитных полей. При намагничивании ДФПГ имеющийся в нем неспаренный электрон прецессирует в плоскости, перпендикулярной намагничивающему полю. Поэтому интенсивность линий ЭПР определяется величиной имеющегося в этой плоскости высокочастотного магнитного поля с круговой поляризацией соответствующего направления. Это обстоятельство позволяет, меняя ориентацию и полярность намагничивающего поля, провести полный анализ поляризации высокочастотных магнитных полей исследуемой системы.

Целесообразно отметить, что непосредственное определение конфигурации и распределения высокочастотных электрических полей в исследуемой системе можно провести аналогичным образом, используя циклотронный резонанс в полупроводниковых кристаллах.

По изложенной методике исследовались штыревые замедляющие системы, описанные в работе [4]. Было подтверждено наличие у этих систем весьма значительного замедления групповой скорости. Магнитные поля сосредоточены в основном у оснований штырей в плоскостях, перпендикулярных штырям. Их поляризация весьма близка к круговой.

Автор благодарен А. М. Прохорову за ряд ценных советов.

ЛИТЕРАТУРА

1. B. Epstein, G. Mourier, An. radioélectr., 1955, **10**, 39, 64.
2. В. Б. Штейншлейгер, Г. С. Мисежников, Приборы и техника эксперимента, 1959, 6, 133.
3. В. М. Конторович, Изв. вузов МВО СССР (Радиофизика), 1960, **3**, 4, 656.
4. Е. Г. Соловьев, Е. К. Карлова, Радиотехника и электроника, 1961, **6**, 3, 406.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева АН СССР

Поступило в редакцию
21 XI 1960

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

ПО ПОВОДУ СТАТЬИ «К ТЕОРИИ МАГНЕТРОННОГО ГЕНЕРАТОРА»

Когда моя статья «К теории магнетронного генератора», опубликованная в № 10 журнала «Радиотехника и электроника» в 1960 г., находилась в печати, я обнаружил досадную ошибку: в соотношении (9) знаменателем выражения, стоящего под знаком функции Бесселя, должен быть τ^2, а не τ. В связи с этим некоторые последующие соотношения (формулы (10), (11), (12), (12в), (23), (25), (26), (28), (31) и (32)) должны в соответствующих местах получить недостающий множитель τ. Наличие этого множителя позволяет существенно упростить выражения (12) для электронной проводимости в пределах первой зоны генерации магнетрона (для случаев $m > 2$). Разложив тригонометрические функции в выражениях (12б) и (12в) в ряды, можно получить

$$Y_e = 2G_0 \frac{J_1(X)}{X} e^{-j(\delta+\pi)},$$

где

$$G_0 = \frac{I_0 M^2 \theta_0 P}{2U_0} (m-2)^2 \sqrt{\frac{m^2-2m+3}{12}};$$

$$X = \frac{M\theta_0 PU}{2U_0} \frac{z}{2} \sqrt{\frac{z^2}{16} + \left(\frac{z}{2}+1\right)\left(1-\frac{\tau^2 z^2}{48}\right)} \simeq \frac{M\theta_0 P(m^2-4)}{16U_0} U$$

(обозначения те же, что и в статье). Эти результаты вместе с материалами статьи могут быть полезными при анализе поведения магнетронов, работающих в режимах, близких к критическому.

В. А. Малыщев

Поступило в редакцию
16 I 1960

1961 № 6

ХРОНИКА

МЕЖДУВЕДОМСТВЕННЫЙ СЕМИНАР ПО КАТОДНОЙ ЭЛЕКТРОНИКЕ

(18-е заседание)

На 18-м заседании Междуведомственного семинара по катодной электронике, состоявшемся 6 февраля 1961 г. в Институте радиотехники и электроники АН СССР, было заслушано 10 докладов.

В. А. Гродко, Б. Н. Маркарьян, В. С. Золотаревский и И. М. Рубановичв докладе «Об условиях применимости уравнения Ричардсона—Дэшмана при анализе характеристик термоэлектронного преобразователя» провели анализ уравнений характеристик термоэлектронного преобразователя диода и показали, что на коэффициенты эмиссии $A = A_0\,(1-\overline{R}\,)$ (где $A_0 = 120{,}4$ *а/см*$^{-2}$ *град*$^{-2}$, $\overline{R}$ — коэффициент отражения) накладываются некоторые ограничения, обусловленные основными законами термодинамики. Предложен метод расчета характеристик термоэлектронного преобразователя, основанный на использовании существующих экспериментальных данных по термоэмиссионным свойствам материалов, отвечающий требованиям законов термодинамики.

Докладчикам был задан ряд вопросов относительно интерпретации величин, входящих в использованные ими уравнения характеристик термоэлектронного преобразователя. Выступившие в дискуссии Л. Н. Добрецов и И. А. Резголь указали на ряд неточностей, связанных главным образом с интерпретацией авторами величины A.

С докладом «Особенности эмиссии горячих электронов из естественных p—n-переходов в кристаллах SiC» выступили Г. В. Степанов, В. И. Покалякин и М. И. Елинсон.

Авторами наблюдалась в импульсном режиме при различных значениях температуры и обратного смещения на переходе эмиссия с высокой плотностью тока из отдельных люминесцирующих точек малого размера. Установлено, что до начала процесса лавинного размножения носителей имеет место резкий рост эмиссионного тока и тенденция его к насыщению. Напыление слоя BaO на поверхность перехода приводит к существенному увеличению тока эмиссии.

Докладчики ответили на многочисленные вопросы, касающиеся экспериментальной методики работы и механизма наблюдаемых явлений.

И. М. Бронштейном и Б. С. Фрайманом были доложены работы «Неупругое рассеяние электронов и вторичная электронная эмиссия тонких слоев некоторых металлов и полупроводников» и «Влияние работы выхода на вторичную электронную эмиссию».

В первой работе экспериментально установлены возможные виды диаграмм δ—η (где δ и η — соответственно медленная и быстрая компоненты вторичной электронной эмиссии) при нанесении одного вещества на подложку из другого. Диаграммы δ—η позволяют определить эффективности идущих в глубь вещества первичных электронов δ_0 и неупруго-отраженных электронов S, а также оценить пробеги медленных истинно-вторичных электронов. Приводятся результаты, полученные при напылении Pb на Si и Al; Ti на Ag, Be и Al; Al на Pb и Ti; Si на Pb.

Во второй работе с помощью диаграмм δ—η показано, что при изменении работы выхода эмиттера в результате адсорбции на его поверхности посторонних веществ (Ca на Be и Ag; Ba на Be и Ti; Be, Ti, Ag на Ba; Be на Ca) наблюдающееся изменение коэффициента вторичной эмиссии обусловлено в основном изменением δ. Получены значения δ_1, δ_0 и S для Ba и Ca и оценена роль «обратного» потока в генерировании медленных истинно-вторичных электронов. Авторам были заданы многочисленные вопросы относительно физики наблюдаемых процессов и интерпретации полученных экспериментальных зависимостей.

В дискуссии по докладу Л. Н. Добрецов указал, что используемая в работе величина S занижена, так как при ее анализе не учитывается член, связанный с изменением спектра обратно идущих электронов при изменении толщины напыляемого слоя, и рекомендовал проанализировать роль этого члена.

Ю. Г. Аникеев и Б. Н. Попов представили доклад «Вторичная эмиссия окиси бария».

Авторы измеряли вторичную эмиссию BaO при импульсном режиме на катодах с широко изменяющимися параметрами: давлением кислорода (от 10^{-8} до 10^{-5} *мм* рт. ст.) и количеством избыточного бария в катоде. Полученное в работе абсолютное зна-

чение коэффициента вторичной эмиссии (квэ) находится в удовлетворительном соответствии с величинами, полученными другими авторами. При температурах менее 550°С квэ не зависит от T для всех состояний активности катода. При высоких T квэ не меняется с T для катодов с очень низкой активностью: экспоненциально возрастает для катодов средней активности и незначительно падает для катодов высокой активности. Выступая в дискуссии по докладу А. Р. Шульман отметил ряд новых интересных и полезных результатов, доложенных авторами, и подчеркнул, что противоречивость существующих данных по квэ BaO, по-видимому, можно объяснить процессами, протекающими в приповерхностном слое BaO при наложении электрического поля. Была отмечена также необходимость исследования этих процессов для полного понимания механизма вторичной эмиссии BaO.

В. Г. Дмитриев выразил сомнение по поводу полученной авторами зависимости квэ BaO от T в интервале до 500—600°С и сообщил, что им наблюдалось слабое возрастание квэ BaO с T в этом диапазоне. Результаты авторов могут быть объяснены присутствием в слое BaO окислов Mo, которое связано с наличием в экспериментальном приборе Mo-электрода.

С. В. Измайлов сделал доклад «К теории вторичной электронной эмиссии». Докладчиком был проведен анализ влияния отражения первичных электронов в слое вещества на эмиссию вторичных электронов. На основе развития положений, использованных Д. Джонкером, автору удалось получить более общее аналитическое выражение для тока вторичной эмиссии электронов.

Ответив на ряд вопросов, связанных с характером использованных законов взаимодействия первичных и вторичных электронов с веществом, автор указал, что доложенная работа носит программный характер и ее результаты нельзя считать окончательными.

В дискуссии А. Я. Вятскин отметил, что доложенная работа является весьма интересной и полезной и высказал пожелание, чтобы при развитии ее автор использовал более точные законы поглощения и торможения и учел угловое рассеяние электронов в веществе.

Э. С. Парилис и П. М. Кишиневский сообщили о работах «Энергетический спектр ионно-электронной эмиссии» и «Механизм ионно-электронной эмиссии и ее зависимость от скорости иона».

В первой работе предложен механизм выхода возбужденных электронов из металла, позволяющий теоретически объяснить форму энергетического спектра и вычислить положение максимума, его полуширину и максимальную энергию электронов. Эмиссия электрона в вакуум рассматривается как результат Оже-рекомбинации электрона проводимости с дыркой в заполненной зоне, образованной при столкновении иона с атомом металла. При этом вероятность Оже-рекомбинации приближенно оценивается на основе использования волновых функций Блоха. Проводится сравнение полученных теоретических кривых с экспериментальными данными.

Вторая работа представляет собой развитие ранее предложенного авторами механизма кинетической ионно-электронной эмиссии, основанного на статистическом рассмотрении неупругого столкновения иона с атомом металла, сопровождающегося образованием дырки в заполненной зоне с последующей Оже-рекомбинацией с электроном проводимости, что приводит к эмиссии электрона в вакуум.

Движение атомов рассматривается классически, используется модель Томаса — Ферми. Получена формула для коэффициента ионно-электронной эмиссии γ, определяющая зависимость γ от скорости иона (u), проводится сравнение теоретических кривых $\gamma = f(u)$ с экспериментальными данными для случаев различных ионов на W и Mo, обнаруживающее хорошее совпадение. Доложенные работы вызвали оживленную дискуссию, в которой приняли участие Н. Н. Петров, Л. Н. Добрецов, С. В. Измайлов и др.

Доклад «Устойчивость антиэмиссионных свойств металлов при действии на них кислорода» сделали Б. Ч. Дюбуа и Б. Н. Попов. Авторы провели расчеты теплоты адсорбции Ba на поверхностях различных металлов. Металлы располагаются в ряд по мере убывания этой величины: Rh, Sr, Pt, Re, Mo, W, Ti, Hf, Zr. Приведены экспериментальные данные, подтверждающие расчеты. Установлено, что из всех исследованных металлов наилучшими антиэмиссионными свойствами обладает Zr. Показано, что как чистые, так и покрытые адсорбированным Ba Ti, Zr и Hf обладают повышенной устойчивостью эмиссии к действию O_2 по сравнению с W. Состав газов при экспериментах контролировался при помощи омегатрона простого типа.

В работе Е. С. Жмудь, Е. П. Остапченко, А. И. Фигнера и И. В. Юдинской «Некоторые физические свойства сложных соединений на основе окиси бария и окиси гафния» сообщалось об исследованиях физико-химических и термоэлектронных свойств систем, приготовленных на основе окиси бария и окиси гафния, взятых в различных молярных соотношениях. Синтез систем осуществлялся методом спекания смеси исходных порошков. Фазовый состав образцов с различными молярными соотношениями компонент исследовался методом рентгенофазового анализа. В результате исследования обнаружено наличие химического соединения $BaHfO_3$.

MTA Számítástechnikai Könyvtára

Р. П. Вихляева, В. А. Горьков, А. Г. Ждан

CONTENTS

Armand N. A., Vvedenskiy B. A., Kalinin A. I., Kolosov M. A., Sokolov A. V., Shabelnikov A. V., Shirey R. A. Long-range tropospheric propagation at UHF (review) 867

Khaskind M. D. Electromagnetic waves propagation over gyrotropic medium . . 886

Bruevich A. N. Asynchronous oscillations in an oscillator with two degrees of freedom in a heavy regime 895

Kinber B. E. Decouplings of two closely spaced mirror antennas 907

Khokhlov R. V. On the theory of impact radiowaves in non-linear lines 917

Benenson L. S. Induced vibrator resistances in a waveguide 926

Kasatkin L. V. Measurement of radial conductivities of axial-symmetrical systems with inductive walls 934

Barmenkov O. A., Kornilov S. A., Lomakin G. V. Theoretical and experimental investigations of deviding klystrons with preliminary bunching 943

Kanavets V. I. Harmonics in an electron beam at the output end of TWT . . . 954

Igritskiy A. L. Electron beam focusing by a periodic electrostatic field in TWT 964

Bakhrakh L. E., Zharkov Yu. D. Geometrical parameters of ion focused electron beams 976

Gurevich S. B. On the problem of changing signal-to-noise ratio of TV system due to camera tubes 982

Breitman V. M., Kuznetsov V. S. Mathematical formulation of corpuscular optics problems taking into account a space charge 993

Shveikin V. I. Pulse method of determining drift triodes parameters 999

Gorn L. S., Khazanov B. I. Conversion of a photoelectron multiplier current pulse into a voltage pulse using an emitter repeater 1010

Melnikov B. S. Electron control of a pulse curation in *L*-oscillator operating with a plane semiconductor triode 1015

Basov N. G., Strakhovskiy G. M., Cheremiskin I. V. Investigation of the dependence of molecular beam masers frequency upon different parameters. P. II. Line $J = 3$, $K = 3$ 1020

BRIEF REPORTS

Karlov N. V. On the problem of delay systems investigation 1029

LETTERS TO THE EDITOR

Malyshev V. A. Concerning the article «On a magnetron oscillator theory» . . . 1030

CHRONICLE

Vikhliaeva R. P., Gorkov V. A., Zhdan A. G. Interinstitutional seminar on cathode electronics (The 18th meeting) 1031

Цена 1 руб. 38 коп.

1961 JUL 6